



Carlos Miguel Dias da Mata

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Aplicação de retroanálise em obras subterrâneas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Geotecnia

Orientador: Doutor António Tavares de Castro
Co-orientador: Doutora Maria Teresa Santana
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra
Arguente: Doutora Noemí Schclar Leitão
Vogal: Doutor António Tavares de Castro
Vogal: Doutora Maria Teresa Santana



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Janeiro de 2013

“Copyright” Carlos Miguel Dias da Mata, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus orientadores, Professor Doutor António Tavares de Castro e Professora Doutora Maria Teresa Santana, pelo apoio incondicional no decurso desta dissertação, por toda a motivação transmitida e interesse demonstrado. Um sincero, muito obrigado.

Gostaria também de demonstrar o meu agradecimento ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil, em particular ao departamento de barragens, pelos meios disponibilizados para a realização deste trabalho.

Um obrigado ao Guilherme Martins e à Inês Oliveira, pelo auxílio na realização e modificação de figuras deste documento.

A todos os que fizeram com que esta experiência de cinco anos se tornasse memorável e, em especial, aos meus amigos que me acompanharam em todo este percurso: André Trepado, Gonçalo Telo, Luís Gonçalves, Mafalda Pardal e Viviana Delgado.

E por último, mas não menos importantes, demonstro o meu profundo agradecimento à minha família, por todo o apoio, carinho e valores a mim providos, permitindo-me chegar a esta etapa da minha vida.

Resumo

O presente documento procura evidenciar o conceito de retroanálise e as suas potencialidades, quando associadas ao cálculo de parâmetros geotécnicos de maciços rochosos. É abordada a importância da determinação do estado de tensão inicial e de parâmetros associados à deformabilidade de um maciço rochoso.

Apresenta-se a forma como se estrutura um programa de retroanálise baseado na formulação directa, expondo a teoria matemática associada a este assunto, sendo especialmente focados os métodos de minimização.

Com o intuito de validar e demonstrar a potencialidade do recurso a metodologias de retroanálise, são definidos dois problemas de identificação de parâmetros. O primeiro, mais simples, regido por um comportamento elástico linear e outro, mais complexo, com comportamento elástico perfeitamente plástico e critério de rotura de Mohr-Coulomb. Para resolver esses problemas, desenvolve-se um programa de retroanálise recorrendo ao software *MATLAB R2010a*, tendo-se usufruído das rotinas de minimização pré-programadas.

No primeiro problema identifica-se o módulo de deformabilidade e a tensão horizontal *in situ*. Aplicam-se três métodos de minimização para resolver o problema, baseados no método de Nelder-Mead, no método de direcção de descida e nos algoritmos genéticos. Distinguem-se as características e a adequabilidade de cada método na resolução do problema de retroanálise.

No segundo problema, baseado no método de convergência-confinamento, identifica-se o módulo de deformabilidade, a tensão horizontal *in situ*, o ângulo de atrito e a coesão efectiva. Para este caso utilizou-se o método dos algoritmos genéticos, devido à natureza não linear do modelo matemático definido.

PALAVRAS-CHAVE

retroanálise, minimização, parâmetros geotécnicos, estruturas subterrâneas, método de convergência-confinamento

Abstract

This document presents the back analysis concept and its potentialities, when related to the calculation of geotechnical parameters of rock masses. In the scope of underground works, an approach about the importance of the determination of *in situ* stresses and deformability parameters is made.

It is presented how a back analysis program, based on direct method, its structured, exposing the mathematical theory behind this subject and specially focusing in the minimization methods.

With the objective to evaluate and demonstrate the potentialities of back analysis approaches, two identification problems are defined. The first one, more simple and modeled with an elastic linear behavior and another, more complex, modeled by an elastic perfectly plastic Morh-Coulomb failure criterion. To solve these problems, a back analysis program is developed using *MATLAB R2010a* software, exploiting its pre-programed minimization routines.

In the first problem, the parameters to identify are the Young module and the *in situ* horizontal stress. To solve this problem, three minimization methods were applied, based in Nelder-Mead method, in steepest descent methods, and in genetic algorithms. The suitability and characteristics of each minimization method is studied, based on their results.

In the second problem, based on convergence-confinement method, four parameters are identified: the elastic Young modulus, *in situ* horizontal stress, the friction angle and the cohesion. The genetic algorithm method was used to solve this problem, given to the nonlinear nature of the mathematical model defined.

KEY WORDS

back analysis, minimization, geotechnical parameters, underground structures, convergence-confinement method.

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Objectivos	2
1.3 Estrutura da dissertação	2
2 Estruturas subterrâneas em maciços rochosos	5
2.1 Generalidades	5
2.2 Métodos de escavação com suporte diferido	6
2.3 Soluções analíticas	10
2.3.1 Solução analítica de Kirsch	10
2.3.2 Método de convergência-confinamento	14
3 Métodos de retroanálise	19
3.1 Generalidades	19
3.2 Formulação directa	20
3.2.1 Introdução	20
3.2.2 Modelo matemático	21
3.2.3 Critério de identificação	21
3.2.4 Módulo de minimização	22
3.3 Métodos de minimização	22
3.3.1 Método de Nelder-Mead	23
3.3.2 Método de direcção de descida	27
3.3.3 Algoritmo genético	30
3.4 Implementação do programa de retroanálise	32

4	Análise de um túnel circular sem suporte	35
4.1	Objectivos	35
4.2	Definição do problema geotécnico	35
4.2.1	Modelo matemático definido	36
4.2.2	Comparação dos resultados com a solução de Kirsch	37
4.2.3	Problema de identificação de parâmetros	41
4.3	Resultados	42
4.3.1	Aplicação do método de Nelder-Mead	42
4.3.2	Aplicação de um método de direcção de descida	44
4.3.3	Aplicação do algoritmo genético	46
4.4	Discussão de resultados	49
5	Análise de um túnel circular com suporte	51
5.1	Objectivos	51
5.2	Definição do problema	51
5.2.1	Modelo matemático definido	52
5.2.2	Comparação dos resultados com uma solução analítica	53
5.2.3	Problema de identificação de parâmetros	54
5.3	Resultados	57
5.4	Discussão de resultados	60
6	Considerações finais	63
6.1	Apreciação global e conclusões	63
6.2	Perspectivas para aplicações e desenvolvimentos futuros	64
	Bibliografia	65

Índice de Figuras

2.1	Curvas características de três tipos de rochas diferentes (adaptado de [17])	7
2.2	Relação entre a convergência longitudinal de um túnel e a curva característica do terreno (adaptado de [17])	8
2.3	Curvas de reacção de três suportes diferentes(adaptado de [17])	10
2.4	Esquema representativo do modelo de cálculo da escavação circular ([31])	11
2.5	Evolução das tensões em torno da cavidade circular para diferentes valores de K_0 ([31])	12
2.6	Evolução dos deslocamentos em torno da cavidade circular para diferentes valores de K_0 ([31])	14
2.7	Variação do valor do coeficiente de desconfinamento (adaptado de [1])	15
2.8	Curva característica de um maciço	17
3.1	Métodos de retroanálise ([8])	20
3.2	Fluxograma do programa de retroanálise desenvolvido	21
3.3	Fluxograma do método de Nelder-Mead	25
3.4	Processos de alteração do simplex, para o caso em que $n=2$ (adaptado de [21])	27
3.5	Fluxograma do algoritmo genético	31
3.6	Processos Genéticos (Adaptado [3])	32
4.1	Problema geotécnico definido	36
4.2	Malha do maciço rochoso (após escavação do túnel)	37
4.3	Comparação entre as tensões calculadas a partir do modelo e as obtidas da solução de Kirsch	37
4.4	Comparação entre os deslocamentos radiais calculados a partir do modelo e as obtidos da solução de Kirsch	38
4.5	Diagrama de cores da distribuição da tensão principal máxima)	39
4.6	Diagrama de cores da distribuição da tensão principal mínima)	39
4.7	Pontos e elementos da malha escolhidos para os valores observados	40
4.8	Vectores de deslocamentos	40
4.9	Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo método de Nelder-Mead	43
4.10	Evolução da função objectivo ao aplicar o método de Nelder-Mead	43
4.11	Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o método de Nelder-Mead	44
4.12	Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo método de direcção de descida . . .	45
4.13	Evolução da função objectivo ao aplicar um método de direcção de descida	45
4.14	Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o método de direcção de descida	46
4.15	Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo algoritmo genético	47
4.16	Evolução da função objectivo ao aplicar o algoritmo genético	48
4.17	Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o algoritmo genético	48

5.1	Problema geotécnico definido	52
5.2	Malha do maciço rochoso (após escavação do túnel)	53
5.3	Comparação entre a curva característica do terreno obtida da solução analítica e da modelação	54
5.4	Pontos e elementos da malha escolhidos para os valores observados	55
5.5	Zonas da malha que sofreram plastificação	56
5.6	Vectores de deslocamentos	56
5.7	Evolução da função objectivo	58
5.8	Comparação entre os valores de deslocamentos observados e os valores de deslocamentos calculados por retroanálise	58
5.9	Comparação entre a curva característica modelada inicialmente e a curva característica modelada utilizando os parâmetros calculados por retroanálise	59
5.10	Comparação dos deslocamentos radiais do problema de identificação, entre o modelo inicial (CC1) e o modelo definido pelos parâmetros calculados por retroanálise (CC2) . .	60
5.11	Influência de cada parâmetro no valor da função objectivo	61

Índice de Tabelas

4.1	Valores registados após o cálculo do modelo	40
4.2	Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo método de Nelder-Mead	42
4.3	Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo método de direcção de descida	44
4.4	Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo algoritmo genético	47
5.1	Valores registados após o cálculo do modelo	55
5.2	Estimativa inicial e valor final calculado	57

Simbologia

Abreviaturas

FLAC	Fast Lagrangian Analysis of Continua
NATM	New Austrian Tunneling Method

Símbolos

D	Matriz diagonal de escala
E	Módulo de deformabilidade
G	Módulo de distorção
H	Matriz hessiana
K_p	Coefficiente de impulso passivo
K_0	Coefficiente de impulso em repouso
P_0	Vector da estimativa inicial de parâmetros
W	Matriz de pesos diagonal
a	Raio do túnel
c	Coesão
e	Diferença entre os valores observados e os calculados
$f(x)$	Função do problema de minimização
g	Geração
p	Pressão de suporte radial
p_{cr}	Pressão crítica de suporte
p_i	Pressão de suporte fictícia; Parâmetro i a identificar
p_o	Pressão de suporte com valor igual à tensão inicial do terreno
$q(s)$	Função de aproximação
r	Distância ao eixo do túnel
r_d	Raio plástico

u	Vector de deslocamentos
u_e	Deslocamento radial no final da fase elástica
u_r	Deslocamento radial
u_0	Deslocamentos de uma placa sem abertura; Convergência do túnel sem suporte
v_i	Vértice i do simplex resultante de uma operação de encolhimento
\bar{x}	Centróide do simplex
x_c	Ponto de contração exterior do simplex
x_{cc}	Ponto de contração interior do simplex
x_e	Ponto de expansão do simplex
x_i	Vértice i do simplex
x_r	Ponto de reflexão do simplex
$y_M(p)$	Resposta do modelo matemático
y_0	Valores observados
$\frac{\delta y_M(p)}{\delta p}$	Vector das derivadas da resposta do modelo em relação ao parâmetro p
α	Passo que minimiza a função objectivo segundo uma direcção de descida
χ	Coeficiente de expansão
ϕ	Ângulo de resistência ao corte
γ	Coeficiente de contracção
λ	Coeficiente de desconfinamento
λ_e	Coeficiente de desconfinamento no final da fase elástica
ν	Coeficiente de poisson
θ	Direcção angular
ρ	Coeficiente de reflexão
σ	Coeficiente de retracção
σ_H	Tensões segundo o plano horizontal
σ_V	Tensões segundo o plano vertical
σ_c	Resistência à compressão uniaxial
σ_e	Tensões radiais no final da fase elástica
σ_r	Tensões segundo a direcção radial
σ_x	Tensões segundo a direcção x

σ_y	Tensões segundo a direcção y
σ_z	Tensões segundo a direcção z
σ_0	Vector das tensões iniciais instaladas <i>in situ</i>
σ_θ	Tensões segundo a direcção ângular
τ_{xy}	Tensões de corte no plano x-y
$\tau_{\theta r}$	Tensões de corte no plano $\theta - r$
$\nabla f(x)$	Gradiente da função $f(x)$
ψ	Ângulo de dilatação

Capítulo 1

Introdução

1.1 Generalidades

A grande maioria dos problemas de engenharia geotécnica possui duas abordagens possíveis. A primeira, e a mais utilizada, consiste em definir as características mecânicas do material *in-situ* (solo ou rocha) para um determinado espaço temporal, nomeadamente para o período prévio à obra, considerando-se que não existirão alterações significativas dos parâmetros inicialmente definidos [16]. Contudo, e considerando que o material geotécnico em estudo corresponde a um maciço rochoso, a caracterização das propriedades mecânicas pode ser uma tarefa de elevada dificuldade devido à natureza heterogénea, característica deste tipo de materiais. Neste sentido, a realização de ensaios laboratoriais tem limitações, pois seria necessário colher e ensaiar amostras de grandes dimensões para serem representativas do maciço em estudo. Além disso, a existência de descontinuidades obriga a que sejam realizados ensaios *in situ*, que são mais demorados e mais dispendiosos que os laboratoriais [14] e, para se ter uma amostragem representativa à escala das obras, seria necessário realizar um significativo número de ensaios *in situ* [32]. Esta abordagem dificulta a tarefa do projectista que procurará combater as incertezas em relação à qualidade do maciço com uma solução excessivamente conservativa, que poderá ser economicamente inviável ou, por outro lado, procurará basear-se em resultados de outras obras semelhantes e definir soluções comprometedoras da segurança [16].

Terzaghi introduziu uma abordagem alternativa para os problemas de caracterização das rochas e solos para projectos de barragens ou grandes obras geotécnicas. Essa metodologia, de cariz observacional, requer um programa de medições das principais respostas da estrutura geotécnica com vista ao estudo das características mecânicas do maciço. As medições realizadas são comparadas com as calculadas em projecto e, caso as diferenças entre as duas não sejam desprezáveis, devem-se alterar os parâmetros mecânicos do material em estudo, adoptados inicialmente no projecto, de forma a reduzir a diferença entre as medições calculadas e observadas a um valor mínimo aceitável. Esta metodologia foi aplicada com sucesso, durante anos, na construção de túneis em que o suporte final é instalado após a aplicação do suporte provisório, pois este que fornece informação necessária para dimensionar o suporte final [34]. A observação de estruturas permite também a validação e calibração de modelos geotécnicos. Conhecer a resposta de uma estrutura geotécnica permite compreender quais os modelos que melhor definem o tipo de comportamento dessa estrutura [28].

Para a aplicação desta segunda metodologia de projecto é necessário escolher uma metodologia para estimar as propriedades mecânicas dos materiais em estudo, com base nas observações realizadas, sendo essa metodologia definida como retroanálise ("*back analysis*") que pode ser descrita como uma estimativa dos parâmetros do solo ou rocha que se pretendem identificar que, quando introduzidos no modelo

matemático do problema, conduzem a resultados coerentes com os valores obtidos da observação. Utilizando dados observados para estimar parâmetros geotécnicos, tem-se em conta a escala real do maciço rochoso, ou terroso, o que está fora das possibilidades dos restantes métodos de determinação de parâmetros [22].

Dadas as potencialidades da aplicação de metodologias de retroanálise no âmbito da geotecnia, procurou-se com este trabalho desenvolver esse tema.

1.2 Objectivos

Com esta dissertação procura-se apresentar simplificadaamente os conceitos base da metodologia de retroanálise, assim como demonstrar a sua aplicação a problemas geotécnicos, nomeadamente obras subterrâneas, com recurso a ferramentas de cálculo automático.

O objectivo fundamental passa por desenvolver um programa de retroanálise baseado na formulação directa, com recurso ao software *MATLAB R2010a*, tendo sido utilizadas rotinas de minimização incluídas na "*optimization toolbox*" do programa.

Com o programa desenvolvido, pretende-se resolver dois problemas de identificação de parâmetros na área das estruturas subterrâneas, recorrendo ainda ao programa *FLAC 5.0* para a modelação numérica das estruturas geotécnicas, analisando e discutindo os resultados obtidos e os métodos de minimização aplicados. Para o primeiro problema pretende-se definir um modelo matemático simples, de forma a que o programa de retroanálise o resolva rapidamente, permitindo assim realizar vários cálculos, utilizando diferentes métodos de minimização. Para o segundo problema propõe-se a resolução de um caso mais complexo, de forma a avaliar as verdadeiras capacidades do programa de retroanálise.

1.3 Estrutura da dissertação

Este documento está dividido em seis capítulos:

O presente capítulo divulga o porquê do estudo do tema escolhido, assim como os objectivos a atingir neste trabalho.

No segundo capítulo expõe-se a teoria necessária à compreensão, em termos geotécnicos, dos problemas que serão analisados e as ferramentas para a comparação e validação dos modelos matemáticos definidos para esses problemas. Para tal, aprofundaram-se as soluções analíticas de Kirsch e do método da convergência-confinamento.

No terceiro capítulo apresenta-se a base matemática à resolução de um problema de retroanálise do tipo directo, assim como a explicação da interacção entre todos os módulos que constituem o programa de retroanálise desenvolvido. São abordadas as bases teóricas em que se apoiam os métodos de minimização adoptados para o presente trabalho, nomeadamente, o método de Nelder-Mead, o método de direcção de descida e o algoritmo genético.

No quarto capítulo apresenta-se um problema relativo à escavação de um túnel num maciço rochoso, com comportamento elástico, definido com o propósito de testar o programa de retroanálise elaborado e

validar os seus resultados. São testados três métodos de minimização diferentes de forma a compreender as vantagens e desvantagens de cada um.

No quinto capítulo procura-se resolver um problema mais complexo, em que o maciço rochoso é caracterizado por um comportamento elastoplástico, sendo necessária aplicação de suporte para restringir os deslocamentos. Procura-se com este problema validar o programa de retroanálise para casos em que exista plastificação do maciço envolvente ao túnel.

No sexto, e último capítulo, tecem-se as conclusões finais acerca do trabalho realizado e propõem-se alguns desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Estruturas subterrâneas em maciços rochosos

2.1 Generalidades

No contexto da mecânica das rochas é fundamental perceber como se processam as variações de tensões nos maciços em estudo. O estado de tensão instalado inicialmente num maciço rochoso pode mudar drasticamente devido a alterações provocadas por intervenções externas, como por exemplo uma escavação. No caso do dimensionamento de estruturas subterrâneas, as solicitações a que estão sujeitas dependem de factores intrínsecos à natureza do meio em que são construídas, contrariamente à generalidade das estruturas, em que as solicitações dependem maioritariamente da sua própria geometria. Por exemplo, a abertura de um túnel num maciço rochoso provoca uma redistribuição de tensões na zona de abertura, que, no caso da análise de tensões iniciais ser mal avaliada, pode conduzir à rotura [17].

O estado de tensão *in situ* é geralmente definido pelas magnitudes e orientações segundo três direcções principais, assumindo duas componentes horizontais e uma vertical. Da mecânica clássica é possível demonstrar que a variação da tensão vertical de um material homogéneo e isotrópico em profundidade é traduzida pela equação 2.1, sendo o eixo z normal à superfície (considerando esta como horizontal):

$$\sigma_V(z) = \gamma z \quad (2.1)$$

em σ_V corresponde à tensão vertical a uma profundidade z e γ corresponde ao peso volúmico do material em análise.

Apesar da grande influência que o peso próprio do maciço tem nas tensões verticais *in situ*, a evolução destas, em profundidade, não é completamente satisfeita pela equação 2.1. Tal facto deve-se ao estado de tensão inicial ser alterado pela história geológica do maciço, através de processos como alterações de temperatura, alterações químicas, precipitação, geração de falhas, entre outros [5]. A existência de estruturas sobrejacentes (edifícios, barragens, etc) também altera a redistribuição das tensões na zona superficial dos maciços. Contudo considera-se que, na generalidade dos casos, aquela expressão confere uma estimativa aceitável para o cálculo das tensões verticais instaladas em maciços rochosos.

A estimativa de tensão horizontal é uma tarefa de maior dificuldade. A tensão horizontal que se instala no terreno é gerada maioritariamente devido a fenómenos de movimentos de placas tectónicas

e movimentos verticais de áreas menos densas da rocha mãe [4]. A tensão horizontal instalada *in situ* a uma profundidade z é descrita pela expressão 2.2:

$$\sigma_H = K_0 \sigma_V(z) \quad (2.2)$$

em que σ_H é a tensão segundo uma direcção horizontal e K_0 corresponde à relação entre a tensão horizontal, segundo essa direcção, e a vertical instalada *in situ*.

Para a estimativa do valor de K_0 é necessário recorrer a ensaios *in situ*.

Considera-se que esta solução, baseada em teorias da mecânica clássica, é suficiente para estudar os problemas expostos neste documento. Casos em que as direcções principais do estado de tensão inicial não correspondem ao plano horizontal e vertical não são abordadas.

Para a análise de uma estrutura subterrânea é necessário estimar ainda o nível de deformações que a estrutura construída provoca no maciço rochoso. A magnitude das deformações está directamente relacionada com a das tensões [17]. A análise das relações entre as solicitações aplicadas e as deformações que delas resultam tem importância fundamental na mecânica das rochas, apesar de, em regra geral, a grandeza da deformabilidade não ser elevada quando comparada com outros materiais, como é o caso dos solos [32].

Apesar de, em regra, a actividade crítica na abertura de túneis em maciços rochosos corresponder à escavação [26], apresentam-se neste documento algumas preocupações relativas à instalação do suporte, para casos em que o maciço rochoso se encontra muito alterado, podendo, no limite, considerar-se um maciço terroso. Nesses casos, o dimensionamento do túnel envolve a determinação de um sistema de suporte que impeça o colapso do terreno envolvente à abertura assim como limitar a convergência da mesma a um nível aceitável.

Os métodos construtivos utilizados na construção de túneis podem ser divididos em dois grandes grupos, designados de métodos de escavação com suporte diferido e métodos de escavação com escudo. Neste capítulo aborda-se apenas a técnica de escavação com suporte diferido, sendo apresentado o conceito do método de convergência-confinamento ([1], [5], [27], [33] e [35]).

Posteriormente, e com o intuito de validar os modelos matemáticos desenvolvidos e apresentados nos capítulos 4 e 5, estudam-se duas soluções analíticas de túneis circulares: a solução analítica de Kirsch para modelos elástico lineares e uma solução analítica para o cálculo da curva característica do terreno, quando modelado pelo critério de Mohr-Coulomb.

2.2 Métodos de escavação com suporte diferido

O método de escavação com suporte diferido corresponde a uma técnica construtiva em que o suporte é aplicado com algum atraso em relação à escavação, tirando algum partido da capacidade autoportante do maciço. Esta técnica é comumente denominado de NATM, Novo Método Austríaco de Construção de Túneis (*New Austrian Tunnelling Method*, na linguagem anglo-saxónica) [27]. A estabilidade da secção transversal do túnel em estudo depende, na maioria dos casos, do comprimento do troço e do intervalo de tempo entre a escavação e o fecho completo do anel, junto à soleira.

Para a determinação do sistema de suporte é necessário primeiro compreender o conceito de curva característica do terreno. Conceptualmente, pode ser definida como uma relação constitutiva de um material, relacionando tensões e deformações. A solicitação considerada para definir os deslocamentos corresponde a uma simulação da escavação de um túnel, ou seja, ao aumento da tensão de corte na envolvente à fronteira deste. Para simular a escavação de um túnel e definir a curva característica, recorre-se ao conceito de pressões internas fictícias (p_i) aplicadas na parede do túnel. Numa fase inicial, prévia à escavação, considera-se que essas pressões fictícias correspondem ao valor das tensões instaladas *in-situ*, não havendo deslocamentos nas fronteiras do túnel. À medida que a escavação vai avançando, considera-se um alívio das pressões fictícias até ao total anulamento destas, determinando os deslocamentos radiais correspondentes a essas pressões. Em termos físicos, o anulamento corresponde a uma distância suficientemente grande à frente de escavação, deixando de sentir-se a influência desta na secção transversal em estudo.

Na figura 2.1 apresentam-se três curvas características diferentes, uma curva para um material que tem um comportamento elástico linear e duas curvas para materiais com comportamento elasto-plástico, um estável e outro instável.

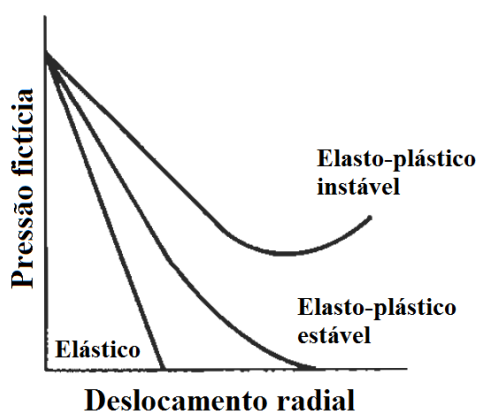
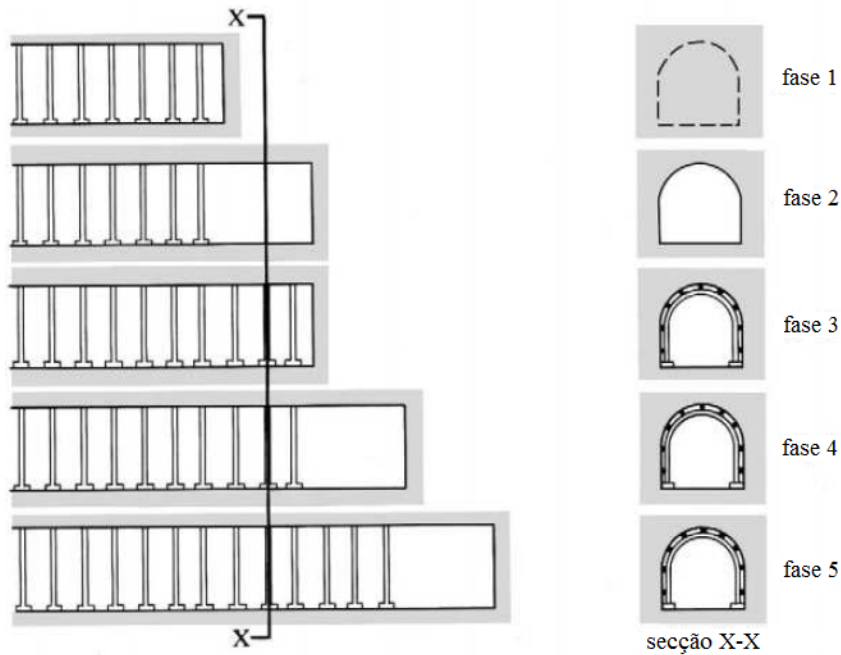


Figura 2.1: Curvas características de três tipos de rochas diferentes (adaptado de [17])

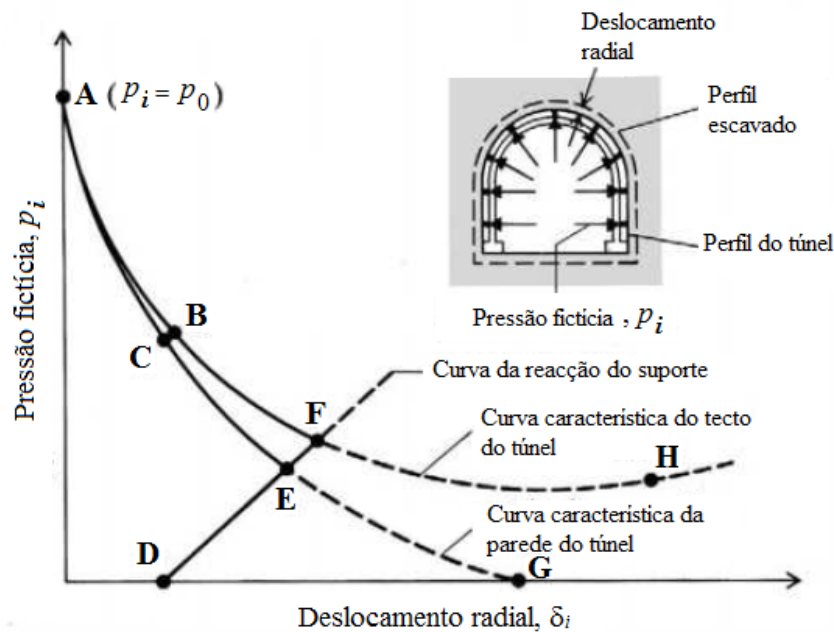
Pode observar-se na figura 2.1 que, para os tipos de rochas apresentados, apenas na curva caracterizada como instável é necessário aplicar um sistema de suporte para que não ocorra colapso. Nos outros dois tipos de rochas, a aplicação de um sistema de suporte tem a única função de limitar os deslocamentos da abertura.

O método de convergência-confinamento foi especialmente desenvolvido para o dimensionamento de sistemas de suporte para escavações subterrâneas em que se recorre à técnica NATM. O problema de estimação de suporte necessário para estabilizar o túnel escavado é essencialmente um problema de quatro dimensões: a redistribuição tridimensional das forças na envolvente de escavação, assim como os deslocamentos ocorridos ao longo do tempo [35]. No presente documento apenas se estuda a problemática da redistribuição tridimensional, sendo o factor tempo desprezado para o estudo deste método.

Para uma melhor compreensão dos conceitos que se vão expor, observe-se a figura 2.2, relacionando a influência que o avanço longitudinal de uma escavação tem na análise de tensões-deformação de uma secção transversal.



(a) Escavação de um túnel através de uma metodologia do tipo NATM



(b) Curva característica do terreno e curva de reação do suporte

Figura 2.2: Relação entre a convergência longitudinal de um túnel e a curva característica do terreno (adaptado de [17])

A figura 2.2(a) indica a secção transversal em estudo através do corte X-X. No passo 1 essa secção ainda não está escavada, estando suficientemente afastada da frente de escavação para que se possa considerar que as pressões fictícias (p_i), aplicadas na secção X-X, tenham o mesmo valor que o estado de tensão

inicial (p_o), sendo dessa forma os deslocamentos da secção nulos, como se pode verificar pela figura 2.2(b).

À medida que se realiza a escavação, as pressões fictícias consideradas, devido ao efeito estabilizador da frente do túnel, são reduzidas, provocando um aumento da convergência do túnel, correspondendo na figura 2.2(a) ao passo 2. Neste exemplo, os deslocamentos da secção do túnel não são todos iguais, sendo apresentados na figura 2.2(b) os deslocamentos de um ponto do tecto e de um ponto na parede do túnel. Nesta fase, os deslocamentos ocorridos na secção correspondem ao B e C.

O passo 3 corresponde à aplicação do suporte na zona da secção em estudo, sendo que nesta fase a frente de escavação não avança, não ocorrendo deslocamentos. Desta forma, o suporte instalado não está solicitado, sendo representado na figura 2.2(b) pelo ponto D.

Após a fase de instalação do sistema de suporte segue-se uma nova fase de escavação, existindo uma nova redistribuição das tensões na secção X-X devido à diminuição do efeito estabilizador da frente de escavação. Durante a escavação, uma parte dos esforços gerados pelo aumento das tensões de corte é absorvido pela envolvente do túnel e outra parte pelo suporte instalado até que se atinja o equilíbrio e não ocorram mais deslocamentos. Na figura 2.2(b) esse equilíbrio corresponde aos pontos E e F, para as paredes e tecto do túnel, respectivamente. A linha DEF é geralmente denominada de curva de reacção do suporte.

Observando as curvas características do tecto e das paredes, verifica-se que para este exemplo seria imprescindível colocar um sistema de suporte. Apesar das paredes do túnel estabilizarem sem necessidade de aplicar suporte (ponto G), caso este não seja realizado ocorrerá o colapso do tecto do túnel pois este não atinge o equilíbrio sem a estrutura de suporte.

Da análise da figura 2.2 pode concluir-se que as características resistentes dos maciços em que são realizadas as escavações subterrâneas podem ser aproveitadas para se chegar a soluções construtivas economicamente viáveis. Desta forma não são necessários sistemas de suporte tão resistentes quanto os que seriam necessários para estabilizar a escavação numa fase mais inicial.

A figura 2.3 apresenta diferentes soluções de suporte para uma determinada curva característica de um terreno. Na figura referida apresentam-se 3 suportes com rigidez diferente, todos aplicados à mesma distância à frente de escavação. Verifica-se que o suporte mais deformável não permite a estabilização da abertura, ocorrendo colapso. Suportes de maior deformabilidade necessitam de ser aplicados com menores avanços sequenciais da frente de escavação. É necessário considerar também a tensão de cedência do sistema de suporte. Na mesma figura apresenta-se um exemplo em que o suporte é solicitado até ao seu limite antes de se atingir o equilíbrio da abertura. No caso da estrutura de suporte mais rígida, e com tensão de cedência superior às solicitações a que está sujeita, atinge-se o equilíbrio entre a estrutura e as paredes da abertura. Sistemas de suporte mais rígidos permitem que ocorram menores deslocamentos e, por isso, podem ser aplicados com atrasos superiores à frente de escavação, comparativamente com suportes menos rígidos.

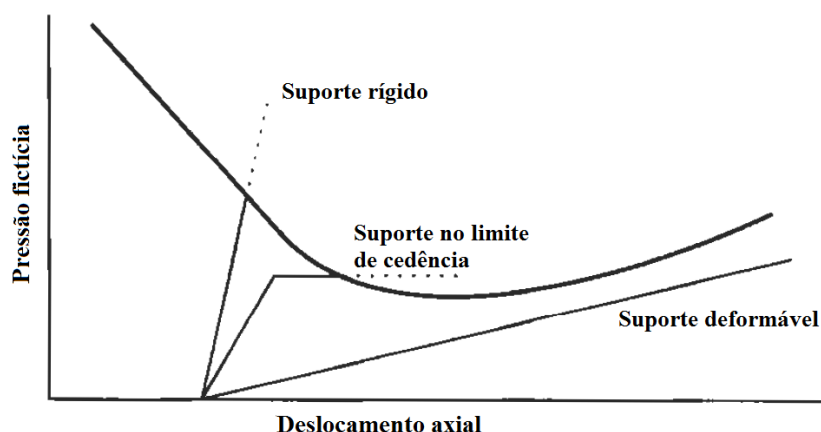


Figura 2.3: Curvas de reacção de três suportes diferentes(adaptado de [17])

Exposto o método de convergência-confinamento, é possível perceber as suas potencialidades. O método permite a análise de deformações do terreno e dimensionamento de sistemas de suporte em escavações subterrâneas, considerando o efeito da frente de escavação na análise de uma secção transversal à escavação do túnel, sem que seja necessário realizar uma análise 3D.

2.3 Soluções analíticas

Existem duas boas razões para o estudo do estado de tensão e de deformação de estruturas subterrâneas de secção circular: trata-se de uma forma comum e com tendência para se generalizar devido à crescente utilização de máquinas de perfuração e por ser possível encontrar soluções analíticas e numéricas que permitem o estudo dos fenómenos inerentes às estruturas subterrâneas. Também importa referir que as formas mais correntes utilizadas nas secções dos tuneis têm um comportamento próximo das secções circulares, podendo as soluções conhecidas para este tipo de secções serem aplicadas na prática [31].

De seguida procede-se à apresentação da solução analítica Kirsch, apresentada na obra de Rocha [31], para descrever o comportamento de um maciço rochoso com comportamento elástico na envolvente de um túnel circular. Posteriormente, na secção 2.3.2 apresenta-se uma solução analítica relativa ao método de convergência-confinamento.

2.3.1 Solução analítica de Kirsch

Considere-se que o maciço em que é escavado o túnel se comporta como um meio contínuo e que tem um comportamento elástico linear caracterizado por um módulo de deformabilidade E e um coeficiente de Poisson ν . Admita-se ainda que o estado de tensão é homogéneo na zona de estudo do túnel circular. Estas hipóteses representam bem a realidade para os casos em que os túneis são escavados em maciços rochosos com boas características mecânicas a grandes profundidades, não se fazendo sentir diferenças significativas de tensão em profundidade.

As soluções de Kirsch foram definidas considerando a simplificação de estado plano de deformação, isto é, as deformações segundo o eixo perpendicular ao plano em estudo são nulas ($\epsilon_z = 0$). Para tal,

é necessário que a secção do túnel em estudo esteja suficientemente afastada da frente de escavação, de forma a que se possa considerar que o efeito de suporte da frente de escavação não influencia a distribuição de tensões segundo o plano perpendicular ao eixo do túnel.

Na figura 2.4 apresenta-se o esquema representativo de uma secção perpendicular ao eixo do túnel com dimensões suficientemente elevadas em relação ao diâmetro deste para que as tensões no seu contorno não sejam influenciadas pela abertura do túnel. Nas fronteiras da placa é aplicado um carregamento correspondente ao estado de tensão inicial. Relativamente ao esquema refere-se que σ_r , σ_θ e $\tau_{r\theta}$ correspondem aos parâmetros que definem o estado de tensão em coordenadas polares num ponto a uma distância r do eixo do túnel de raio a . σ_H , σ_V e σ_z correspondem aos carregamentos nas fronteiras que definem o estado de tensão inicial. Por último, p é o valor das pressões que actuam na parede do túnel, geralmente relativas a suportes aplicados na abertura. Para este caso consideraram-se essas pressões como nulas.

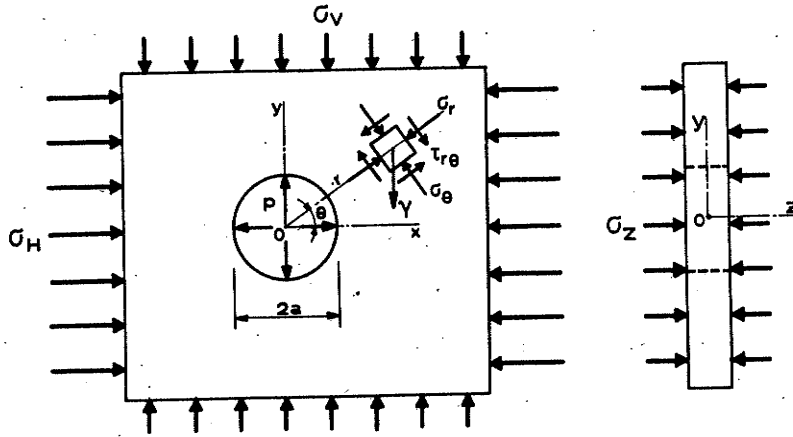


Figura 2.4: Esquema representativo do modelo de cálculo da escavação circular ([31])

A distribuição de tensões na placa quando não actuam pressões nas paredes da abertura ($p = 0$), são dadas pelas seguintes expressões:

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)\left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (2.3)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)\left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (2.4)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)\left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \quad (2.5)$$

Considerando a relação $K_0 = \frac{\sigma_H}{\sigma_V}$, das equações anteriores resulta:

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_V} = \frac{1}{2}(K_0 + 1)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(K_0 - 1)\left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (2.6)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_V} = \frac{1}{2}(K_0 + 1)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(K_0 - 1)\left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta \quad (2.7)$$

$$\frac{\tau_{r\theta}}{\sigma_V} = -\frac{1}{2}(K_0 - 1)\left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right)\sin 2\theta \quad (2.8)$$

Na figura 2.5 apresentam-se as distribuições de tensões para valores de $K_0=0; \frac{1}{2}; 1$ e 2.

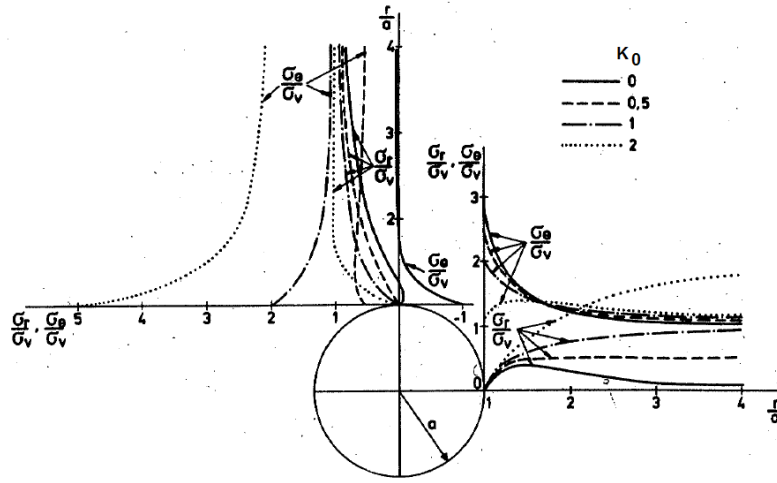


Figura 2.5: Evolução das tensões em torno da cavidade circular para diferentes valores de K_0 ([31])

Da análise da figura verifica-se que K_0 influencia a tensão de corte junto à parede do túnel, assim como a forma como as tensões radiais e angular variam com o afastamento ao túnel. Considerando a direcção vertical, quanto maior for K_0 , maior é o valor da tensão angular junto à parede do túnel, logo também é maior a tensão de corte. No plano horizontal verifica-se o inverso ao referido, ou seja, a diminuição de K_0 aumenta a tensão angular. A tensão radial é sempre nula junto à fronteira do túnel, sendo que o valor de K_0 apenas afecta a forma da curva da tensão radial. Para um caso teórico em que K_0 seja nulo, a tensão radial varia pouco. Repare-se ainda que a evolução das tensões apenas é igual, em qualquer direcção angular, no caso em que K_0 é 1.

Como se considera o problema em estado plano de deformação, a condição $\epsilon_z = 0$ implica que se desenvolvam tensões segundo σ_z :

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (2.9)$$

então, a extensão radial é dada por:

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2)\sigma_r - \nu(1 + \nu)\sigma_\theta] \quad (2.10)$$

considerando as equações 2.3 e 2.4, obtém-se

$$\epsilon_r = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)(1 - \frac{a^2}{r^2}) + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)(1 + \frac{a^2}{r^2}) - \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)(1 + 3\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] \quad (2.11)$$

Sabendo que:

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (2.12)$$

para conhecer o deslocamento de um ponto do maciço, basta integrar a equação 2.11 em ordem a r :

$$u = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)(r + \frac{a^2}{r}) + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)(r + 4\frac{a^2}{r} - \frac{a^4}{r^3})\cos 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)(r - \frac{a^2}{r}) - \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)(r - \frac{a^4}{r^3})\cos 2\theta \right] \quad (2.13)$$

Esta expressão permite conhecer o valor do deslocamento radial correspondente à aplicação das cargas σ_H e σ_V ao maciço já com a abertura. Para o cálculo dos deslocamentos apenas relativos à execução do túnel é necessário calcular os deslocamentos devido a σ_H e σ_V no maciço sem abertura. Esses deslocamentos iniciais (u_0) podem ser obtidos a partir da expressão anterior (equação 2.13) anulando o valor de a :

$$u_0 = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)r + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)r\cos 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)r - \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)r\cos 2\theta \right] \quad (2.14)$$

Assim, os deslocamentos radiais são dados por:

$$u - u_0 = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)\frac{a^2}{r} + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)(4\frac{a^2}{r} - \frac{a^4}{r^3})\cos 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[-\frac{1}{2}(\sigma_H + \sigma_V)\frac{a^2}{r} + \frac{1}{2}(\sigma_H - \sigma_V)\frac{a^4}{r^3}\cos 2\theta \right] \quad (2.15)$$

De seguida apresenta-se na figura 2.6 os deslocamentos para os seguintes valores de K_0 : $0; \frac{1}{2}; 1$ e 2 .

Como seria de esperar, a análise da figura permite verificar quanto maior o valor de K_0 , maiores serão os deslocamentos radiais segundo o eixo x e menores segundo o eixo y. Para valores de K_0 inferiores a 0.5,

os deslocamentos radiais segundo a direcção radial na parede do túnel são negativos, ou seja, ocorre um alargamento do túnel segundo essa direcção (nesta figura consideram-se deslocamentos positivos quando ocorrem no sentido do exterior para o interior do túnel).

Estão assim apresentadas as expressões que permitem o cálculo da distribuição de tensões e deslocamentos no maciço onde está inserido o túnel. Essas expressões serão utilizadas para a validação do modelo matemático do capítulo 4.

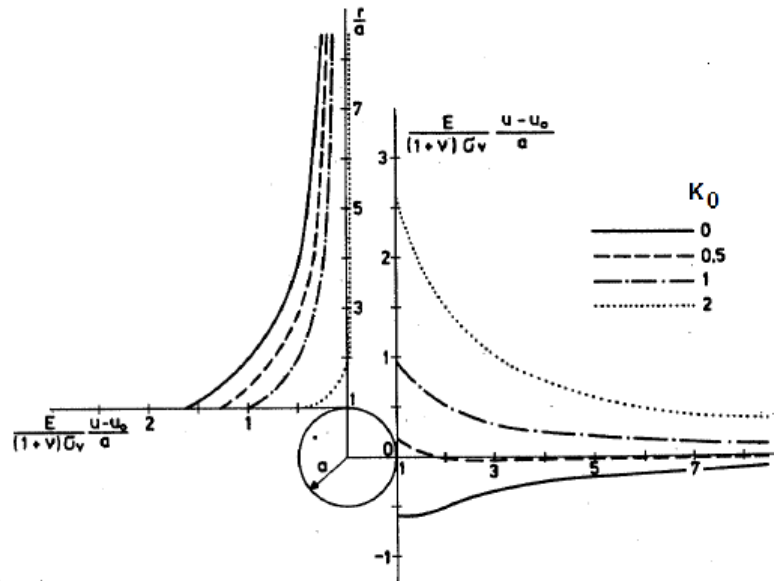


Figura 2.6: Evolução dos deslocamentos em torno da cavidade circular para diferentes valores de K_0 ([31])

2.3.2 Método de convergência-confinamento

Nesta secção procura-se expor uma solução analítica do método de convergência-confinamento, baseada em [1] e [27]. Considera-se o meio em estudo como meio infinito, homogéneo e isotrópico, em que o estado de tensão é uniforme e hidrostático e onde se pretende construir um túnel circular com sistema de suporte. O sistema de suporte também é considerado como homogéneo e isotrópico com a forma de anel circular. O critério de rotura para representar o comportamento do maciço rochoso corresponde ao de Mohr-Coulomb.

É necessário definir três curvas para aplicar uma solução analítica do método de convergência-confinamento [7]:

- curva característica do terreno
- perfil longitudinal de deformação
- curva característica do suporte

A curva característica do terreno relaciona o deslocamento radial com uma pressão fictícia interna ($u_r(p_i)$).

O perfil longitudinal de deformação corresponde, simplificada, a uma análise tensão-deformação que se realiza segundo o eixo do túnel. Avalia-se nessa curva a relação entre o deslocamento radial do túnel e a distância à frente de escavação. Essa função é geralmente descrita em termos de deslocamento radial, de uma determinada distância à frente de escavação, sobre o deslocamento radial máximo, sendo denominada de coeficiente de desconfinamento ($\lambda(x)$), em que x é a distância à frente de escavação.

A curva característica do suporte corresponde, similarmente às curvas referidas anteriormente, aos deslocamentos que o suporte sofre à medida que é solicitado.

Para modelar o efeito estabilizador da frente de escavação no modelo de duas dimensões de uma secção transversal do túnel, são aplicadas pressões fictícias nas paredes, calculadas a partir da expressão 2.16:

$$p_i = (1 - \lambda)\sigma_0 \quad (2.16)$$

em que σ_0 corresponde ao estado de tensão inicial e λ é o coeficiente de desconfinamento para a secção em estudo.

Observando-se a figura 2.7, pode verificar-se que λ varia entre 0 e 1. Quando a secção em estudo ainda se encontra por escavar, e suficientemente afastada da frente de escavação, λ toma valor nulo, sendo o valor das pressões fictícias equivalentes às tensões instaladas *in situ*. No caso em que a frente de escavação está suficientemente afastada da secção transversal em estudo, o coeficiente de desconfinamento corresponde a 1, ou seja, a frente de escavação não tem influência na secção transversal. Entre estes dois extremos o valor de λ aumenta com a distância à frente de escavação, sendo que a função $\lambda(x)$ não é linear.

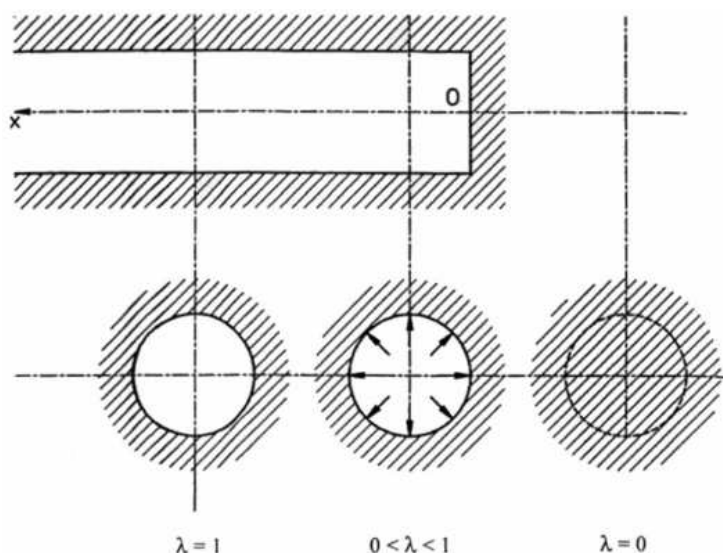


Figura 2.7: Variação do valor do coeficiente de desconfinamento (adaptado de [1])

A aplicação do método de convergência-confinamento consiste nas seguintes etapas [27]:

1. determinação de p_i através da expressão 2.16;
2. cálculo de u_0 - valor do deslocamento radial do túnel não revestido a uma distância x da frente de escavação, correspondente à posição em que é colocado o sistema de suporte. Este deslocamento é determinado a partir da curva característica do maciço, bastando calcular o valor de deslocamento radial correspondente à pressão fictícia p_i .
3. definição da curva de reacção do suporte sobre a curva característica do terreno;
4. cálculo da tensão e convergência em que se atinge o equilíbrio (σ_{eq} e u_{eq} respectivamente), sendo o valor de σ_{eq} correspondente à tensão que fica aplicada no suporte.

Para a realização dos passos anteriores é necessário definir inicialmente a função de $\lambda(x)$ e $u_r(p_i)$ e a curva de reacção do suporte. Existem expressões analíticas na bibliografia para o cálculo da função $\lambda(x)$ e da curva de reacção de suporte para diferentes tipos de suporte, contudo não é objectivo deste trabalho aprofundar essa problemática.

Apresenta-se de seguida uma solução analítica para o cálculo da função $u_r(p_i)$, considerando que o critério de rotura do maciço rochoso pode ser traduzido pelo critério de Mohr-Coulomb.

O critério de rotura de Mohr-Coulomb, em termos de tensões efectivas, é traduzido por:

$$\sigma'_1 = \sigma_c + K_p \sigma'_3 \quad (2.17)$$

em que σ_c a resistência à compressão uniaxial da rocha é definida por:

$$\sigma_c = \frac{2.c'.\cos\phi}{1 - \sin\phi} \quad (2.18)$$

e o coeficiente de impulso passivo por:

$$K_p = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \quad (2.19)$$

Nas expressões anteriores, σ'_1 corresponde ao valor de tensão axial na rotura, σ'_3 é a tensão de confinamento, c' é a coesão do maciço e ϕ o ângulo de resistência ao corte do maciço.

Nas condições do problema, definidas anteriormente, quando a pressão fictícia é inferior à pressão crítica de suporte (p_{cr}), ocorre colapso do maciço na envolvente ao túnel. A pressão crítica de suporte é dada por:

$$p_{cr} = \frac{2p_0 - \sigma_c}{1 + K_p} \quad (2.20)$$

A título de exemplo, apresenta-se na figura 2.8 uma curva característica, para se melhor compreender as expressões apresentadas de seguida.

A intersecção entre a linha elástica da curva característica do terreno com o eixo das abcissas é dado por:

$$u_o = \frac{1 + \nu}{E} \cdot \sigma_o \cdot a \quad (2.21)$$

em que a corresponde ao raio do túnel.

A taxa de desconfinamento, λ_e , o valor de deslocamento radial, u_e e a tensão radial fictícia aplicada às faces do túnel, σ_e , no final da fase elástica, são dados pelas expressões 2.22, 2.23 e 2.24, respectivamente:

$$\lambda_e = \frac{1}{K_p + 1} \left(K_p - 1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_o} \right) \quad (2.22)$$

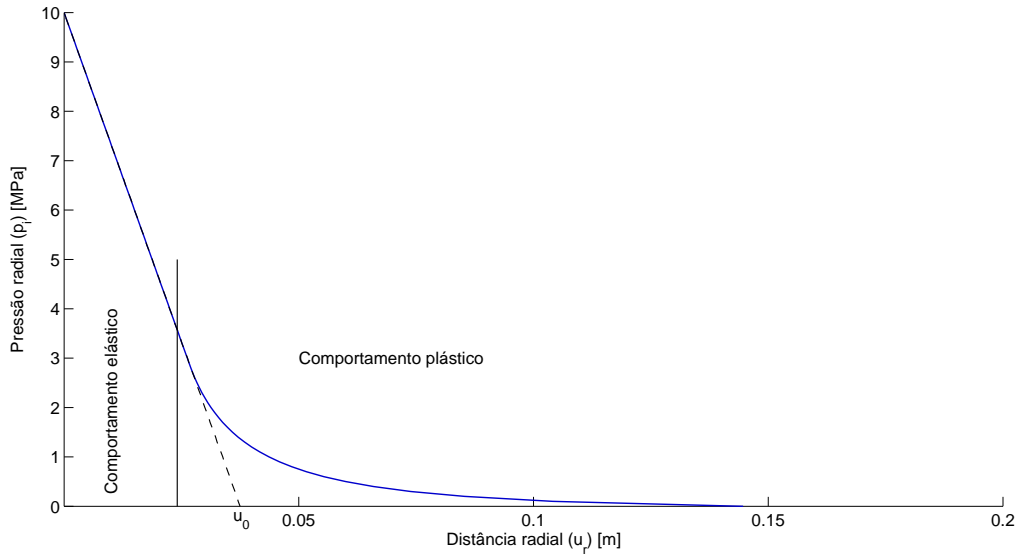


Figura 2.8: Curva característica de um maciço

$$u_e = \lambda_e \cdot u_o \quad (2.23)$$

$$\sigma_e = (1 - \lambda_e) \cdot \sigma_o \quad (2.24)$$

O cálculo do raio plástico (r_d), correspondente à distância do eixo do túnel até ao limite entre a zona plastificada e elástica do maciço, pode ser feito através da seguinte expressão:

$$\frac{r_d}{r} = \left[\frac{2}{K_p + 1} \cdot \frac{(K_p - 1) \cdot \sigma_o + \sigma_c}{(1 - \lambda_e)(K_p - 1) \sigma_o + \sigma_c} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (2.25)$$

ou, pela expressão 2.26, em função de λ_e :

$$\frac{r_d}{r} = \left[\frac{2 \cdot \lambda_e}{(1 - \lambda)(K_p - 1) + \frac{\sigma_e}{\sigma_o}} \right]^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (2.26)$$

Por fim resta apresentar as expressões que permitem o cálculo do deslocamento radial do túnel. No caso da fase em que o terreno tem comportamento elástico, os deslocamentos são definidos por:

$$u_r = \frac{\lambda \sigma_0}{2G} \cdot r \quad (2.27)$$

Quando a pressão aplicada nas faces do túnel é inferior à pressão crítica, ou seja, o comportamento do maciço na envolvente do túnel é do tipo plástico, o deslocamento radial é definido por:

$$u_r = u_e \left[2 \left(\frac{r_d}{r} \right)^{(\alpha+1)} + \alpha - 1 \right] \frac{1}{(\alpha - 1)} \quad (2.28)$$

em que:

$$\alpha = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (2.29)$$

em que ψ é o ângulo de dilatação do maciço.

Estão assim apresentadas as expressões que permitem o cálculo da curva característica do terreno, que serão utilizadas para a validação do modelo matemático do capítulo 5.

Capítulo 3

Métodos de retroanálise

3.1 Generalidades

O dimensionamento de uma estrutura subterrânea é um problema de elevada complexidade devido à natureza heterogénea dos maciços rochosos e ao comportamento não linear dos materiais geotécnicos. Estes factores contribuem para o aumento da incerteza na interpretação dos resultados dos ensaios laboratoriais e *in situ*. O recurso a metodologias de retroanálise (*back analysis*) permite ultrapassar algumas destas limitações, a partir da interpretação dos resultados da observação e da utilização de modelos matemáticos representativos do comportamento das estruturas geotécnicas.

O processo de retroanálise pode ser definido como uma técnica de determinação de parâmetros de um sistema através da análise da sua resposta a uma determinada acção. No caso das obras geotécnicas, a retroanálise permite a determinação de parâmetros geotécnicos (módulo de deformabilidade, coeficiente de Poisson, K_0 , etc) a partir de resultados de observação (deslocamentos, deformações, tensões, etc) obtidos durante a fase construtiva, ou de exploração [22].

Normalmente, a análise de um determinado problema envolve a obtenção da resposta de uma estrutura (deslocamentos, esforços ou outro tipo de respostas importantes para o problema em questão) definida por um conjunto de parâmetros, quando sujeita a uma determinada solicitação. Num problema de retroanálise recorre-se também a um modelo matemático, mas percorre-se o caminho inverso, resolvendo um problema de estimação de parâmetros, a partir dos dados de resposta da estrutura obtidos através de observação da obra em questão a uma determinada solicitação.

Existem duas abordagens possíveis na definição de um problema de retroanálise: a metodologia inversa e a directa. Na metodologia inversa estabelece-se uma relação entre a resposta do modelo e os parâmetros a estimar através da inversão das equações que definem o comportamento da estrutura, isto é, define-se o modelo matemático de forma a que os parâmetros a identificar sejam incógnitas e a resposta do modelo seja um dado. Esta metodologia pode conduzir a formulações bastante complexas, dado que geralmente os modelos matemáticos se baseiam em elementos finitos, diferenças finitas ou outros métodos semelhantes em que não existe uma relação explícita entre os parâmetros e a resposta do modelo. Por outro lado, a metodologia directa é definida com base em modelos matemáticos não invertidos, ou seja, modelos utilizados normalmente para estudar o comportamento de uma determinada estrutura, através da introdução de parâmetros e solicitações e calculando a respectiva resposta. Procura-se então estimar parâmetros através da minimização de uma função de erro entre os dados observados e os calculados no modelo matemático, através de um processo iterativo em que em cada iteração se alteram os parâmetros do modelo até que a resposta deste seja próxima dos dados observados. Geralmente

a metodologia directa corresponde a um processo moroso, relativamente à metodologia inversa, mas é mais adequada quando se utilizam modelos complexos [8].

Para além das duas abordagens referidas anteriormente, os métodos de retroanálise também podem ser divididos segundo a configuração das medidas dos dados observados. Caso se trate os dados observados como medidas sem erros, o método de retroanálise é definido como determinista. Se, por outro lado, se considerar os erros de medição, define-se o processo como estocástico [29].

Os problemas de retroanálise definidos nesta dissertação foram resolvidos com base em métodos directos, admitindo-se que as medições não apresentam erros.

3.2 Formulação directa

3.2.1 Introdução

Nesta secção descrevem-se as bases para o desenvolvimento de um programa de retroanálise pela abordagem directa para a resolução de problemas de estimação de parâmetros. A resolução do problema pela metodologia directa implica a definição de três componentes constituintes do programa de retroanálise (figura 3.1):

- Modelo matemático;
- Critério de identificação;
- Módulo de minimização;

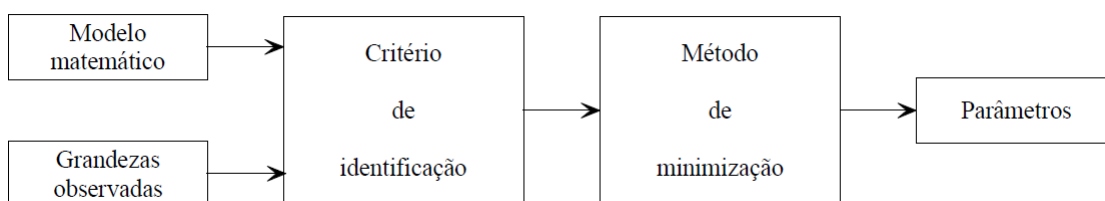


Figura 3.1: Métodos de retroanálise ([8])

Na figura 3.2 apresenta-se um esquema exemplificativo do algoritmo desenvolvido para resolver os problemas de estimação de parâmetros que serão expostos posteriormente. Nas secções seguintes deste tópico explicam-se as três componentes constituintes do programa referidas.

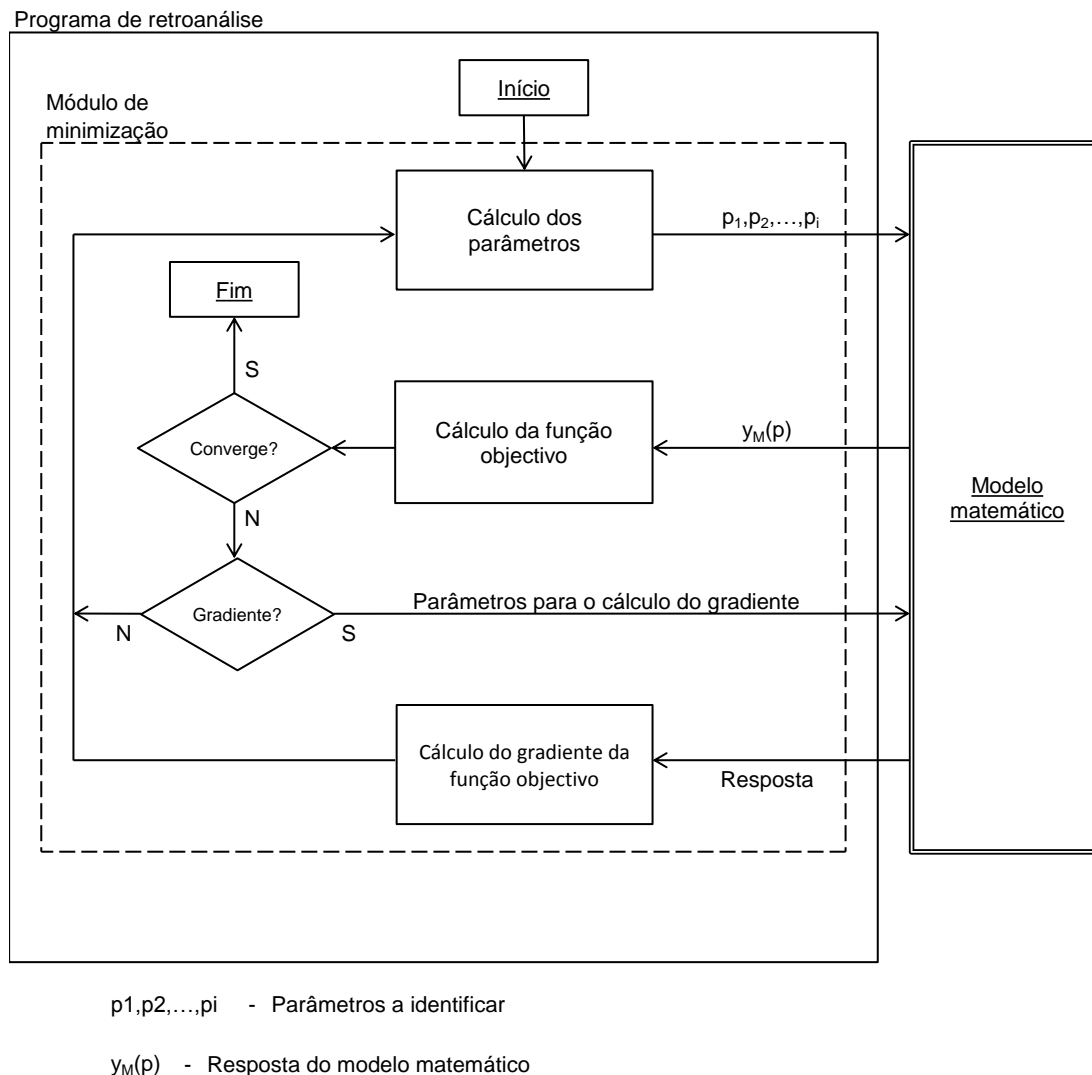


Figura 3.2: Fluxograma do programa de retroanálise desenvolvido

3.2.2 Modelo matemático

Como já foi referido, na abordagem directa utilizam-se os mesmos modelos matemáticos que são usados na análise das estruturas. Esse modelo pode ser definido com recurso a um programa comercial como uma sub-rotina do programa principal de retroanálise, desde que seja possível a comunicação através de ficheiros de leitura e escrita de dados entre o modelo matemático e o programa de retroanálise, assim como a activação automática do modelo. No presente caso utilizou-se o programa comercial *FLAC 5.0* [2] para definir o modelo matemático dos exemplos de aplicação.

3.2.3 Critério de identificação

O problema de retroanálise é transformado num problema de estimação de parâmetros, o qual se traduz na minimização de uma função de erro em função dos parâmetros a identificar, p , usualmente chamada de

"função objectivo". Em cada iteração é realizado um cálculo do modelo matemático, introduzindo-se um conjunto de parâmetros definidos p e obtendo-se os dados correspondentes à resposta do modelo, $y_M(p)$. Posteriormente, os valores calculados são comparados com os dados observados, y_o , através da função objectivo, como indicado na 1ª parte do fluxograma da figura 3.2. As grandezas observadas, assim como a resposta do modelo podem ser de diversos tipos, por exemplo deslocamentos, deformações e tensões, sendo que a função objectivo pode ser definida por um ou mais tipos de grandezas.

Para a definição da função objectivo utilizou-se o método de Markov [8] que corresponde a uma generalização do método dos mínimos quadrados. Não antevê qualquer tipo de conhecimento prévio (função de distribuição) dos erros de observação, mas considera uma matriz de pesos diagonal, W , que define quais as observações que têm maior ou menor peso na função objectivo:

$$f(p) = e^T W e = [y_o - y_M(p)]^T W [y_o - y_M(p)] \quad (3.1)$$

Caso se considere que todas as observações apresentam a mesma fiabilidade e grandeza numérica, a matriz W corresponde a uma matriz identidade, sendo a função objectivo, definida pela equação 3.1, correspondente a uma função objectivo definida pelo método dos mínimos quadrados.

3.2.4 Módulo de minimização

A solução do problema de identificação de parâmetros já referido neste texto passa pela minimização da equação 3.1. O módulo de minimização actua no programa de retroanálise realizando as verificações das condições de convergência, efectuando, caso os critérios de convergência não sejam verificados, uma nova estimativa dos parâmetros a identificar, para posteriormente serem considerados no modelo matemático, como se pode verificar pela figura 3.2. Este procedimento ocorre até que o critério de paragem seja cumprido, ou seja, quando os dados calculados são suficientemente próximo dos valores observados. As diferentes metodologias de minimização diferem na forma como realizam o cálculo dos parâmetros a identificar em cada iteração, variando a sua adequabilidade com o tipo de problema a resolver.

Como o programa *MATLAB (R2010a)* possui um conjunto de funções de minimização pré-programadas, utilizaram-se algumas delas para resolução do problema de minimização da função objectivo.

Note-se que na figura 3.2 apresenta-se a possibilidade de calcular, ou não, o gradiente da função objectivo. Essa possibilidade prende-se com a utilização de métodos de minimização que necessitem da informação do gradiente da função objectivo. Os métodos de minimização utilizados, assim como a teoria em que se baseiam são apresentados de seguida.

3.3 Métodos de minimização

Nos processos de optimização pretende-se determinar o conjunto de parâmetros que definam uma dada realidade, escolhendo os métodos de minimização adequados para o problema formulado. Dada a complexidade da maior parte dos problemas torna-se muito difícil resolvê-los através de métodos analíticos. Por essa razão têm sido desenvolvidos métodos iterativos que procuram encontrar uma solução aproximada do problema a resolver [12].

Os métodos de optimização podem ser divididos em 2 categorias: problemas de optimização linear e problemas de optimização não lineares. Os problemas de optimização lineares são, em regra geral, simples de resolver sendo que os métodos de minimização criados para tais problemas costumam ser eficientes e robustos. No caso dos problemas de optimização não lineares existem diversos métodos adequados para a resolução de problemas matemáticos de diferentes naturezas. Existem várias características que distinguem os problemas de minimização, nomeadamente o número de variáveis e natureza destas (contínuas ou discretas), a diferenciabilidade e continuidade das funções envolvidas e o número de restrições.

Os problemas propostos para resolver este trabalho e apresentados neste documento correspondem a um problema de minimização definido pela equação 3.2:

$$\min_x f(x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (3.2)$$

em que a função $f(x)$ corresponde à equação 3.1 e o vector x corresponde ao conjunto de parâmetros a identificar. Para resolver este problema, foram utilizados três métodos de minimização diferentes, dois sem utilização de informação do gradiente (método de Nelder-Mead e algoritmo genético) e um com utilização de gradiente (método de direcção de descida). Para compreender o seu funcionamento, são expostos nos pontos seguintes as características de cada metodologia, assim como uma breve abordagem da formulação matemática dos respectivos algoritmos.

3.3.1 Método de Nelder-Mead

O método simplex de Nelder-Mead tem como objectivo minimizar uma função não linear de n variáveis reais (equação 3.2), que retorna um escalar, usando apenas valores dessa função, ou seja, sem necessidade de realizar cálculos diferenciais para chegar à solução [21].

Este método pertence à classe geral de métodos directos, sendo um dos mais utilizados correntemente. Grande parte deste tipo de métodos, incluindo o de Nelder-Mead, mantém, a cada passo, um simplex, uma figura de n dimensões de volume não nulo correspondente a um "invólucro" de $n + 1$ vértices, cada um correspondendo a uma solução escalar possível da função em estudo. As iterações de um método baseado no método directo de simplex iniciam-se com um simplex, definido pelos seus $n + 1$ vértices, e escalares correspondentes, sendo que no passo seguinte se realiza o cálculo de 1 ou mais pontos e respectivos escalares, procedendo-se à análise e comparação dos novos resultados com os iniciais. A iteração termina quando se definem novos contornos para o simplex definido no início da iteração [21].

Para definir o método de Nelder-Mead é necessário especificar 4 escalares :

- coeficiente de reflexão (ρ);
- coeficiente de expansão (χ);
- coeficiente de contracção (γ);
- coeficiente de retracção (σ);

De acordo com o método original de Nelder-Mead, estes parâmetros devem satisfazer as seguintes condições:

$$\rho > 0, \chi > 1, \chi > \rho, 0 < \gamma < 1 \text{ e } 0 < \sigma < 1$$

Na generalidade dos casos e os valores definidos por defeito no *MATLAB (R2010a)*, correspondem a:

$$\rho = 1, \chi = 2, \gamma = 1/2 \text{ e } \sigma = 1/2$$

De seguida procede-se à explicação do algoritmo do método de Nelder-Mead como está pré-programado no programa comercial *MATLAB (R2010a)* na função denominada de *fminsearch*. Inicialmente é necessário conferir à função que desenvolve todo o algoritmo de Nelder-Mead uma aproximação inicial dos n parâmetros a identificar, sendo armazenados no vector (P_0). O algoritmo desenvolve um simplex a partir dessa aproximação criando n novos vectores, sendo que cada um dos novos vectores é igual ao vector P_0 mas com um acréscimo de 5% do valor original numa das suas componentes. Possuem-se assim $n + 1$ possíveis soluções iniciais. Após este passo o algoritmo modifica os vértices constituintes do simplex ($x_1^k, x_2^k, \dots, x_{n+1}^k$) ao longo de iterações até se obter um simplex que cumpra as condições de erro admitidas. Um fluxograma representativo de como se processa cada iteração está representado na figura 3.3, devendo esta figura ser analisada para uma melhor compreensão da explicação deste algoritmo, que é apresentada de seguida.

1. Ordenação dos vértices do simplex

Ordena-se o conjunto de vértices $x_1^k, x_2^k, \dots, x_{n+1}^k$ de forma a que:

$$f_1^k \leq f_2^k \leq \dots \leq f_{n+1}^k$$

Onde f_i^k corresponde a $f(x_i)^k$. Deste passo do algoritmo entende-se que o vértice x_{n+1}^k na iteração k corresponde ao vértice com pior valor da função a minimizar (maior valor de função objectivo) e o vértice x_1^k corresponde ao melhor ponto do simplex.

2. Reflexão

É calculado o ponto de reflexão, x_r , através da seguinte expressão:

$$x_r = \bar{x} + \rho(\bar{x} - x_{n+1}) \quad (3.3)$$

em que \bar{x} corresponde ao centróide dos n melhores pontos, sendo o seu valor calculado pela seguinte expressão:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n \quad (3.4)$$

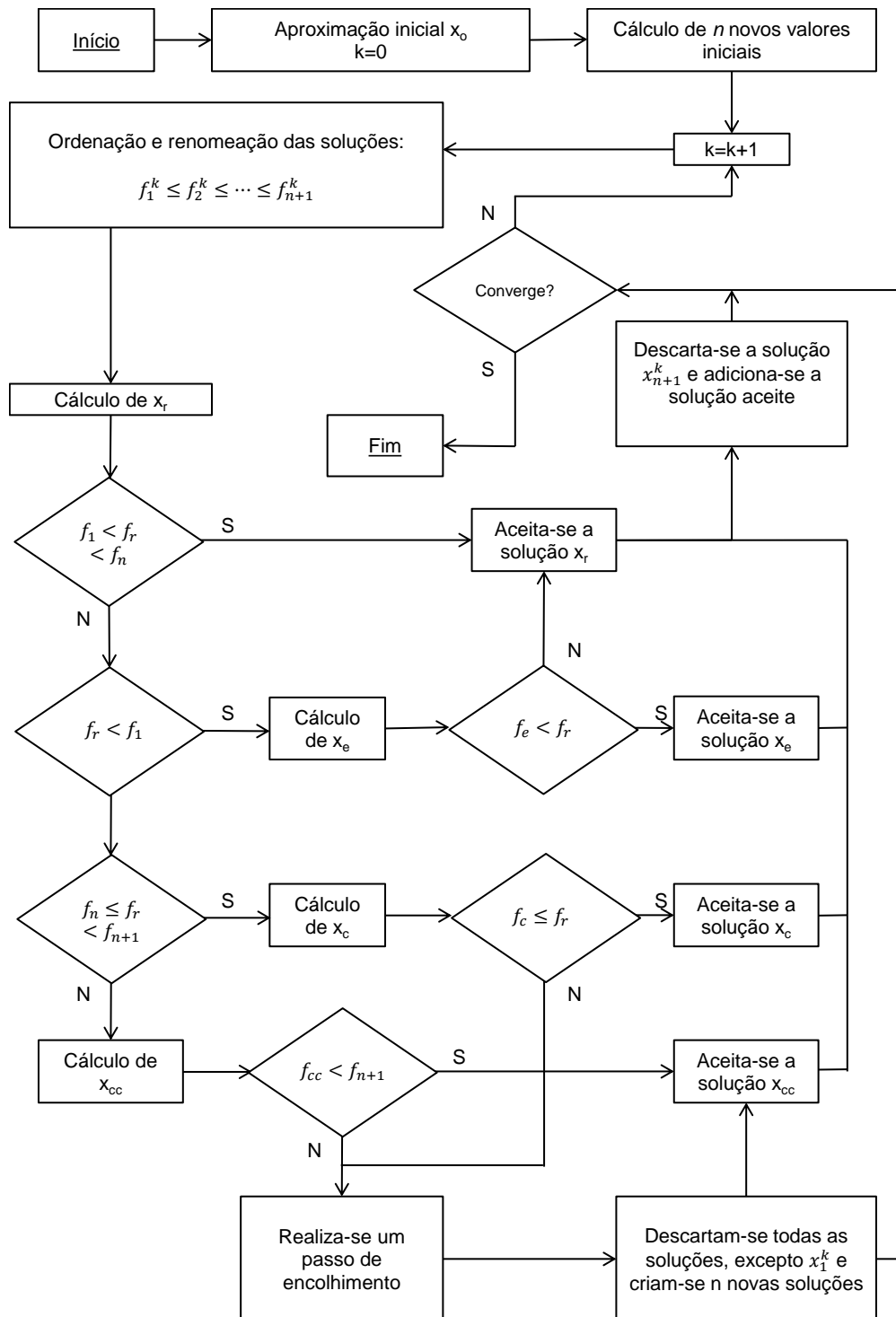


Figura 3.3: Fluxograma do método de Nelder-Mead

Após a obtenção do vértice x_r calcula-se o valor da função para esse vector $f(x_r)$. Caso $f_1 \leq f(x_r) < f_n$, aceita-se o ponto reflectido x_r e termina-se a iteração.

3. Expansão

Se $f(x_r) < f_1$, calcula-se o ponto de expansão x_e :

$$x_e = \bar{x} + \chi(x_r - \bar{x}) \quad (3.5)$$

e calcula-se o valor da função correspondente $f(x_e)$. Caso $f(x_e) < f(x_r)$, aceita-se o vértice x_e e termina-se a iteração, caso contrário aceita-se antes o vértice x_r e dá-se a iteração como terminada.

4. Contração

Se $f(x_r) \geq f(x_n)$, realiza-se uma contração entre \bar{x} e o melhor vértice entre $x_{n+1}(b)$ e $x_r(a)$:

a) Exterior. Caso $f(x_n) \leq f(x_r) < f(x_{n+1})$ realiza-se uma contração exterior, calculando:

$$x_c = \bar{x} + \gamma(x_r - \bar{x}) \quad (3.6)$$

e calcula-se $f(x_c)$. Caso $f(x_c) \leq f(x_r)$, aceita-se x_c e termina-se a iteração, caso contrário o algoritmo passa para o ponto 5.

b) Interior. Se $f(x_r) \geq f(x_{n+1})$, realiza-se uma contração interior, calculando:

$$x_{cc} = \bar{x} - \gamma(\bar{x} - x_{n+1}) \quad (3.7)$$

e calcula-se $f(x_{cc})$. Se $f(x_{cc}) < f(x_{n+1})$, aceita-se o vértice x_{cc} e termina-se a iteração, caso contrário o algoritmo passa para o ponto 5.

5. Retracção

Calculam-se n novos valores de vértices para o simplex, alterando todos os anteriores à excepção de x_1 , através da seguinte expressão:

$$v_i = x_1 + \sigma(x_i - x_1) \quad (3.8)$$

resultando assim um novo simplex para o próxima iteração de vértices (desordenados): x_1, v_2, \dots, v_{n+1} .

Apresenta-se na figura 3.4 esquemas dos processos que têm vindo a ser referidos ao longo do texto para um caso em que se calculam dois parâmetros. As linhas a tracejado correspondem ao simplex inicial e as linhas a traço contínuo ao novo simplex, após sujeito a algum processo de alteração.

Resta por fim referir que, após aceite um novo vértice a partir dos passos 2,3 ou 4, o pior vértice dessa iteração é descartado ($x_{n+1}^{(k)}$) de forma a manter sempre o mesmo número de vértices do simplex. Este passo não é válido para a situação em que ocorre uma retracção, dado que nesse caso apenas o melhor vértice da iteração k é mantido no simplex para a iteração seguinte.

As iterações terminam quando os seguintes critérios de paragem são cumpridos:

- a diferença máxima entre o melhor vértice da iteração e os restantes é menor que um escalar definido previamente;
- a diferença entre dois valores de função objectivo de iterações sucessivas são inferiores a um escalar previamente definido;
- o número máximo de iterações definido é excedido;

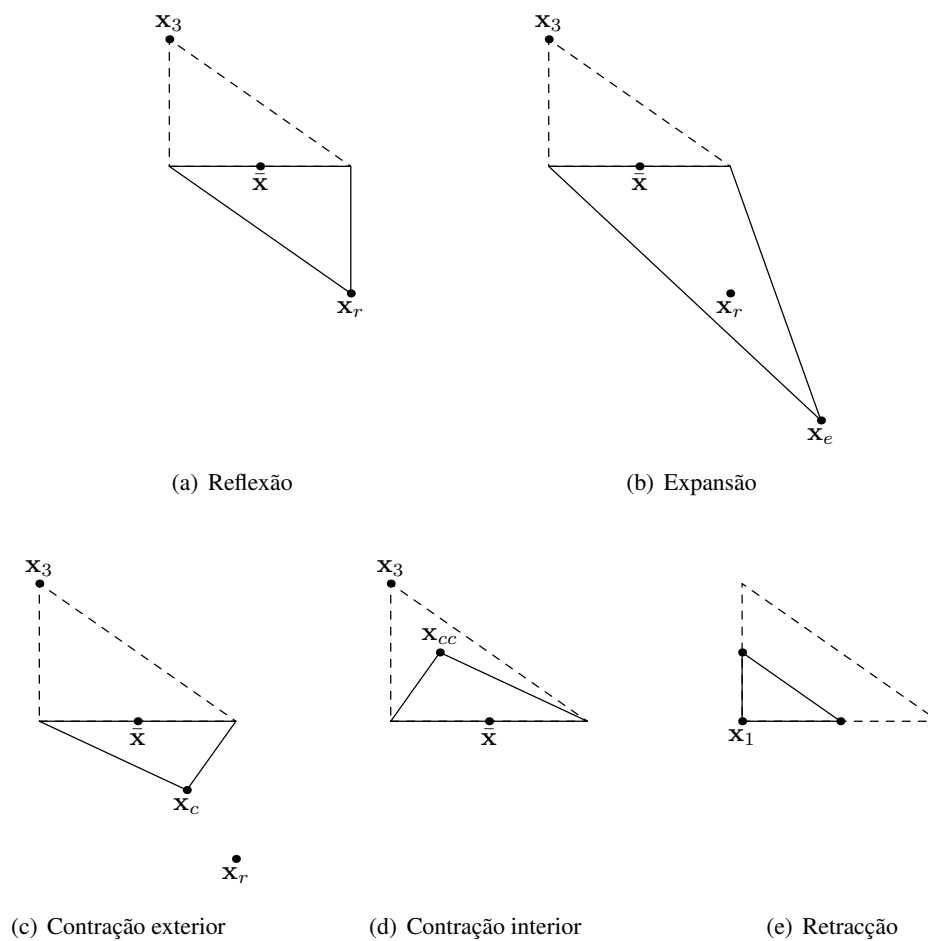


Figura 3.4: Processos de alteração do simplex, para o caso em que $n=2$ (adaptado de [21])

3.3.2 Método de direcção de descida

Os algoritmos de minimização baseados no método de direcção de descida utilizam a informação da derivada da função objectivo (equação 3.2) para seleccionar a direcção da aproximação seguinte na procura pelo mínimo da função. O gradiente da função a minimizar em x , ou seja, o vector $\nabla f(x)$, aponta na direcção segundo a qual a função objectivo decresce "mais rapidamente" [15].

Os algoritmos de minimização que utilizam informação do gradiente, processam-se da seguinte forma [8]:

1. definição do vector com a aproximação inicial (x_0) do mínimo da função objectivo;
2. na iteração k realiza-se o cálculo da direcção de descida (d^k);
3. utilizando algoritmos de procura em linha, determina-se o tamanho do passo (α^*);
4. o vector com os parâmetros em estudo da nova iteração são dados por: $x^{k+1} = x^k + \alpha^* d^k$;

De método para método difere a forma como se realizam os cálculos dos passos 2 e 3.

No software *MATLAB (R2010a)*, o algoritmo baseado no método de direcção de descida está desenvolvido na função denominada de *fminunc*, sendo necessário definir a opção de optimização de média escala. O algoritmo recorre a um método de Quasi-Newton com um método de procura directa em linha. Posto isto, uma metodologia baseada na direcção de descida determina, então, a informação da curvatura da função a cada iteração para formular um problema de função quadrática:

$$\min_x \left(\frac{1}{2} x^T H x + c^T x + b \right) \quad (3.9)$$

em que H corresponde à matriz Hessiana, c é um vector constante e b é uma constante.

A solução do problema encontra-se no ponto em que as derivadas parciais de x se anulam:

$$\nabla f(x^*) = H x^* + c = 0 \quad (3.10)$$

podendo a solução óptima, x^* , ser escrita como:

$$x^* = -H^{-1}c \quad (3.11)$$

O cálculo da matriz H envolve um grande esforço computacional e por isso têm vindo a ser desenvolvidos um grande número de métodos para o cálculo desta matriz. Para os casos gerais de problemas de minimização tem sido demonstrado que a fórmula de Broyden, Fletcher, Goldfarb, e Shanno (BFGS) é a mais eficaz para o cálculo da matriz Hessiana [3]. A fórmula de BFGS é dada por:

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q^k (q^k)^T}{(q^k)^T s^k} - \frac{H_k^T (s^k)^T s^k H_k}{(s^k)^T H_k s^k} \quad (3.12)$$

em que s^k e q^k são dados por:

$$s^k = x^{k+1} - x^k \quad (3.13)$$

$$q_k = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k) \quad (3.14)$$

Num ponto inicial, a matriz Hessiana (H_0) pode ser definida por qualquer matriz simétrica positiva, como por exemplo uma matriz identidade. A informação do gradiente pode ser calculada analiticamente ou através de métodos de diferenciação numérica, via diferenças finitas.

A cada iteração k , o método de Quasi-Newton calcula a direcção de descida d^k através da seguinte expressão:

$$d^k = -H_k^{-1} \nabla f(x^k) \quad (3.15)$$

Explicada a forma como se calcula a direcção de descida, resta apresentar uma solução para o cálculo do tamanho do passo (α^*) para o processo de minimização em linha. Para tal utilizam-se métodos de procura em linha, que em cada passo (k) do algoritmo geral procuram calcular um valor de α^* , de forma a minimizar a função objectivo segundo a linha $x^k + \alpha^* d^k$. Para tal, o método minimiza interpolações polinomiais da função objectivo, procedendo em dois passos:

- determina o intervalo de valores da linha $x^k + \alpha^* d^k$ que se irá minimizar;
- divide o intervalo definido em vários intervalos mais pequenos, em que o mínimo da função objectivo é calculado por interpolação polinomial

O passo calculado (α), deve cumprir as seguintes condições:

$$f(x^k + \alpha d^k) \leq f(x^k) + c_1 \alpha \nabla f_k^T d_k \quad (3.16)$$

$$\nabla f(x^k + \alpha d^k)^T \geq c_2 \nabla f_k^T d_k \quad (3.17)$$

em que c_1 e c_2 são constantes que cumprem: $0 < c_1 < c_2 < 1$.

A condição 3.16 impõe que o tamanho do passo (α) diminua significamente a função objectivo. A segunda condição, 3.17, assegura que o tamanho do passo não seja demasiado pequeno. Caso estes critérios sejam cumpridos, considera-se esse ponto como aceitável, permitindo o cálculo do novo valor da função objectivo que, caso não verifique o critério de convergência, inicia de novo esta metodologia a partir do passo 2.

As iterações terminam quando os seguintes critérios de paragem são cumpridos:

- a diferença entre dois valores de função objectivo de iterações sucessivas são inferiores a um escalar previamente definido;
- a diferença entre dois valores de parâmetros a identificar sucessivos são inferiores a um escalar previamente definido;
- a o número máximo de iterações definido é excedido;

3.3.3 Algoritmo genético

Os algoritmos genéticos inspiram-se em princípios biológicos que se apoiam na teoria da evolução de Darwin. Quando uma população de indivíduos evolui segundo gerações, as melhores características de sobrevivência têm tendência a ser transmitidas para as gerações sucessivas, já que os indivíduos que possuem tais características têm maior probabilidade de sobreviver e de se reproduzir. Essas características individuais são armazenadas no genótipo. Os mecanismos de genética natural baseiam-se em operações que resultam numa troca aleatória de informação genética entre os cromossomas dos progenitores, sendo esses mecanismos a base dos algoritmos genéticos desenvolvidos por Holland, utilizando metodologias matemáticas apoiadas em processos como o cruzamento de informação entre cromossomas e a sua mutação [6].

Este tipo de algoritmo de minimização possui uma filosofia de cálculo bastante diferente dos métodos apresentados anteriormente. Ao invés de se avaliar um ponto em cada iteração, os algoritmos genéticos trabalham com uma população de *strings*, ou, na linguagem biológica, cromossomas. Isto é, a cada iteração possui-se um conjunto de indivíduos, cada um com a sua respectiva informação armazenada numa *string*, que em termos computacionais corresponde à utilização de combinação binária. Este aspecto permite ultrapassar a problemática dos mínimos locais durante o processo de procura.

Os algoritmos genéticos utilizam 3 tipos de processos para a criação de uma nova geração a partir da população corrente:

1. Seleção

Após definida aleatoriamente a população inicial assim como a aptidão de cada indivíduo (isto é, o valor da função objectivo), seleccionam-se alguns indivíduos através de um processo probabilístico em que os indivíduos com melhor aptidão, ou seja, menor valor de função objectivo (caso se trate de um problema de minimização), têm maior probabilidade de ser escolhidos. Considera-se então que os indivíduos seleccionados são os progenitores e, os cromossomas dos progenitores com melhor aptidão são imediatamente copiados para alguns indivíduos da geração seguinte, sendo esses denominados de "elite".

2. Cruzamento

Trata-se do processo de emparelhamento da informação genética (código das *strings*) dos progenitores, criando uma série de novos indivíduos. Este processo tem como expectativa que o emparelhamento de boa informação genética conduza à criação de novos indivíduos com melhor aptidão que os progenitores.

3. Mutação

Este processo consiste em realizar, com alguma probabilidade, alterações aleatórias da informação genética de alguns dos indivíduos escolhidos. Este passo do algoritmo contribui bastante para a sua robustez, dado que impede a perda prematura de informação genética importante, isto porque no fim da reprodução é possível obter indivíduos com múltiplas cópias do mesmo cromossoma. Imagine-se que, no pior cenário, teriam todos os indivíduos obtidos do cruzamento a mesma informação genética. Nesse caso o algoritmo não poderia explorar a possibilidade de uma melhor solução. Por esta razão a mutação tem uma grande importância, pois introduz alguma diversidade nos indivíduos da nova geração.

Na figura 3.5 apresenta-se um fluxograma exemplificativo de um algoritmo genético e na figura 3.6 apresentam-se esquemas exemplificativos dos processos referidos anteriormente, para a criação de descendentes.

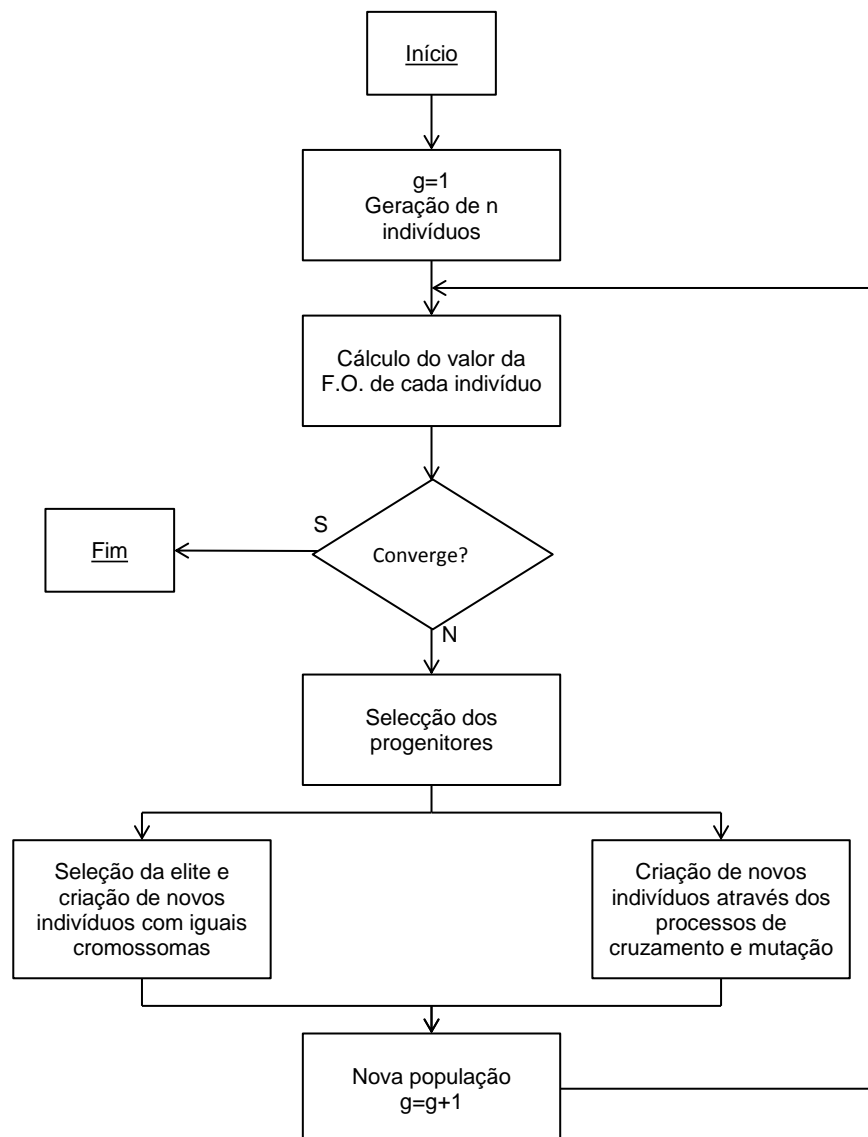


Figura 3.5: Fluxograma do algoritmo genético

No programa *MATLAB (R2010a)* o algoritmo genético está programado na função *ga*. Os critérios de paragem definidos correspondem:

As iterações terminam quando os seguintes critérios de paragem são cumpridos:

- o valor da função objectivo é menor que um escalar previamente definido;
- o número máximo de gerações previamente definido é atingido;
- a diferença entre os melhores valores de função objectivo, ao longo de um determinado número de gerações, é inferior a um escalar previamente definido;

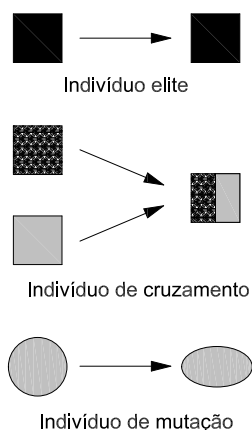


Figura 3.6: Processos Genéticos (Adaptado [3])

3.4 Implementação do programa de retroanálise

Para a realização do programa de retroanálise criou-se uma série de ficheiros com interacção entre si e iniciados a partir do programa comercial *MATLAB R2010a*. Aproveita-se este ponto da tese para referir que a opção de utilizar o software *FLAC* para modelar o problema em estudo, prendeu-se com a funcionalidade que este possui de poder ser invocado automaticamente a partir de outros programas, como o *MATLAB R2010a*, sem a intervenção do utilizador.

A lista de ficheiros criados para resolver os problemas de identificação de parâmetros correspondeu a:

- flac.ini
- modelo_matemático.dat
- funcao.m
- minimizar.m

Os ficheiros do tipo ".dat", relativos à definição do modelo matemático, incluem linhas de código escritas na linguagem utilizada pelo *FLAC* para que este compile as informações dadas e realize os cálculos pretendidos para a estrutura em estudo. Os resultados dos cálculos são exportados como ficheiros de dados com as variações ao longo das iterações do programa (ficheiros ".his"). O modelo matemático está dividido em 5 ficheiros de forma a tornar a actividade de alteração dos parâmetros de entrada a identificar mais fácil, sendo que esses ficheiros são reescritos completamente a cada iteração de retroanálise.

Quando o programa *FLAC* é invocado através do *MATLAB R2010a* o programa lê o ficheiro denominado de "flac.ini". Por isso inclui-se nesse ficheiro informações para que o *FLAC* leia os ficheiros do modelo matemático pela ordem numérica definida.

Os ficheiros do tipo ".m" contêm as linhas de código a serem processadas pelo *MATLAB R2010a*, sendo estes ficheiros que controlam o programa de retroanálise.

O ficheiro funcao.m é o corpo de todo o programa de retroanálise. As suas funções incluem:

- introdução de parâmetros nos ficheiros de dados relativos ao modelo matemático, ou seja, reescrita dos ficheiros do modelo matemático;
- leitura dos resultados calculados e exportados pelo *FLAC*;
- cálculo da função objectivo definida;
- realização da gravação dos dados pretendidos para ficheiros de dados para posterior análise.

Por último, o ficheiro *minimizar.m* inclui os métodos de minimização que se pretendem utilizar, sendo neste ficheiro que se define as estimativas iniciais dos parâmetros (caso o método utilizado o necessite) e se define a matriz W do método de Markov. O programa de retroanálise inicia-se com este ficheiro.

Capítulo 4

Análise de um túnel circular sem suporte

4.1 Objectivos

Para validar as metodologias apresentadas no capítulo anterior, apresenta-se neste capítulo um exemplo de aplicação correspondente a um problema cuja solução é previamente conhecida. Assim, utilizando a metodologia baseada na formulação directa, proceder-se-á à determinação do módulo de elasticidade e do estado de tensão inicial num maciço rochoso, a partir de observação de deslocamentos e de tensões, durante a abertura de um túnel circular.

Numa primeira fase apresenta-se o problema a estudar, os parâmetros escolhidos do e o desenvolvimento do modelo matemático utilizando o software *FLAC 5.0* [2]. Procurou-se comparar os resultados obtidos do cálculo com a solução teórica conhecida da bibliografia, de forma a validar o comportamento do modelo matemático definido.

Validado o modelo matemático, o objectivo passa a ser o cálculo dos parâmetros escolhidos inicialmente através de um algoritmo de retroanálise, utilizando os três métodos de minimização apresentados no capítulo 3.

Por fim avaliam-se e comparam-se as características de cada método utilizado.

4.2 Definição do problema geotécnico

Na figura 4.1 apresenta-se o esquema do problema definido, que consiste no estudo do processo de abertura de um túnel circular a grande profundidade, construído num maciço rochoso de boas características geotécnicas.

Tomou-se um valor de 10 GPa para o módulo de deformabilidade do maciço, um coeficiente de Poisson de 0,25, um peso volúmico de 25 kN/m³ e a relação entre a tensão vertical e horizontal equivalente a 1. O túnel está coberto por 400 metros de maciço rochoso e possui um diâmetro de 4 metros. Não se considerou a presença de nível freático na zona em estudo.

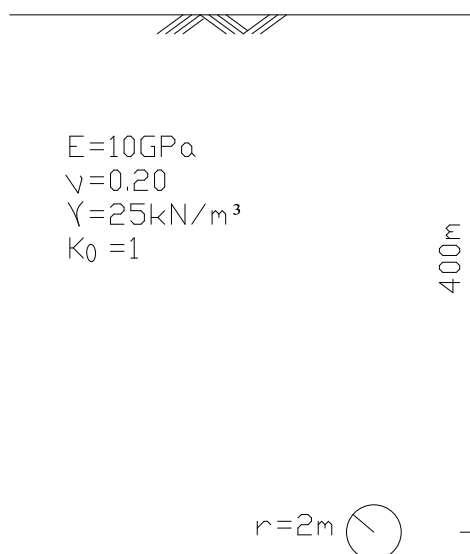


Figura 4.1: Problema geotécnico definido

4.2.1 Modelo matemático definido

Visto ter-se definido uma profundidade elevada para o túnel em estudo, pode considerar-se para a modelação do problema um estado de tensão homogéneo na zona envolvente ao túnel porque o aumento da tensão com a profundidade é desprezável a tão elevada profundidade. Considerando a evolução linear da tensão vertical com a profundidade (equação 2.1), estimou-se uma tensão vertical de 10 MPa para a zona em que se situa o túnel.

Representou-se a escavação através de um modelo matemático de diferenças finitas (*FLAC 5.0*), composto por 400 elementos. Os elementos são rectangulares de 4 nós e o modelo constitutivo utilizado foi o elástico linear. Na figura 4.2 apresenta-se a malha do modelo matemático definida para os cálculos (após a escavação do túnel). Tratando-se de um problema simétrico, sujeito a pressões hidrostáticas, escolheu-se definir apenas um quarto do problema de forma a aligeirar os cálculos do programa de retroanálise. As dimensões da malha foram escolhidas de modo a aproximar os resultados do modelo matemático com a solução teórica de Kirsch [31], tendo sido definida uma malha com dimensões 30x30 metros para um túnel circular de 2 metros de raio. Nas fronteiras de simetria modelaram-se apoios simples e nas fronteiras da malha opostas ao túnel aplicou-se um carregamento (P1 e P2 na figura 4.2) de 10 MPa, segundo as duas direcções, de forma a simular as tensões transmitidas à zona do maciço em estudo.

O cálculo do modelo do túnel foi feito em duas fases, uma primeira em que se aplica o estado de tensão inicial e, uma segunda fase, após se retirar de uma só vez o material correspondente à zona de escavação do túnel.

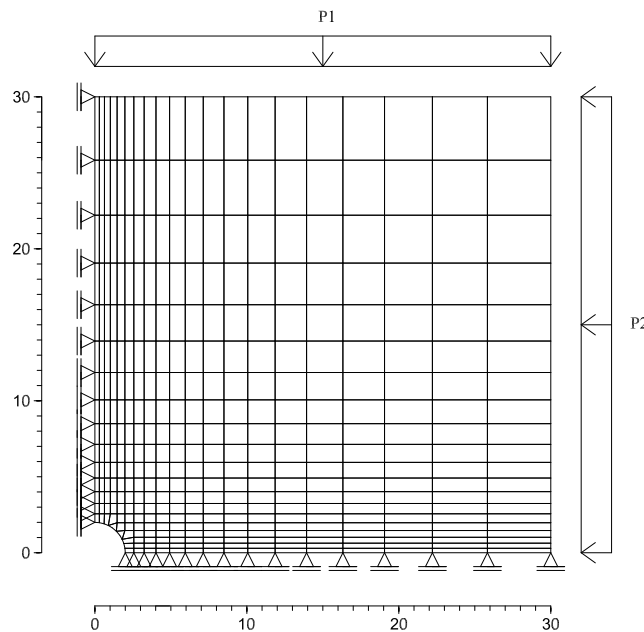


Figura 4.2: Malha do maciço rochoso (após escavação do túnel)

4.2.2 Comparação dos resultados com a solução de Kirsch

Nesta secção do documento apresenta-se uma comparação de tensões e deslocamentos obtidos na zona envolvente ao túnel, entre o modelo matemático e a solução obtida a partir das equações teóricas de Kirsch. Na figura 4.3 apresenta-se a comparação dos valores de tensões e na figura 4.4 a comparação dos deslocamentos radiais, ambos em relação à distância à parede do túnel.

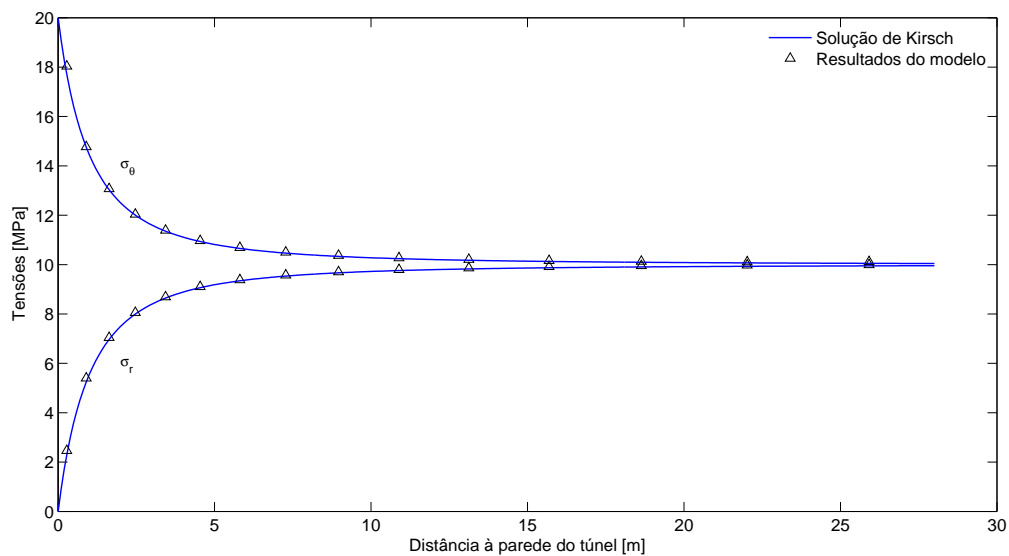


Figura 4.3: Comparação entre as tensões calculadas a partir do modelo e as obtidas da solução de Kirsch

Para o cálculo a partir das equações de Kirsch considerou-se θ igual a 0 (capítulo 2), visto que os valores obtidos do modelo foram retirados segundo a linha horizontal ao eixo do túnel.

Da figura 4.3 pode-se verificar que em termos de tensões, o modelo definido representa bem o comportamento de um meio contínuo com uma abertura. Os erros entre as duas metodologias realizadas são muito reduzidos, sendo que os resultados obtidos do modelo em termos de tensões podem ser considerados excelentes, pois o programa *FLAC 5.0* realiza cálculos com erros de cerca de 2%.

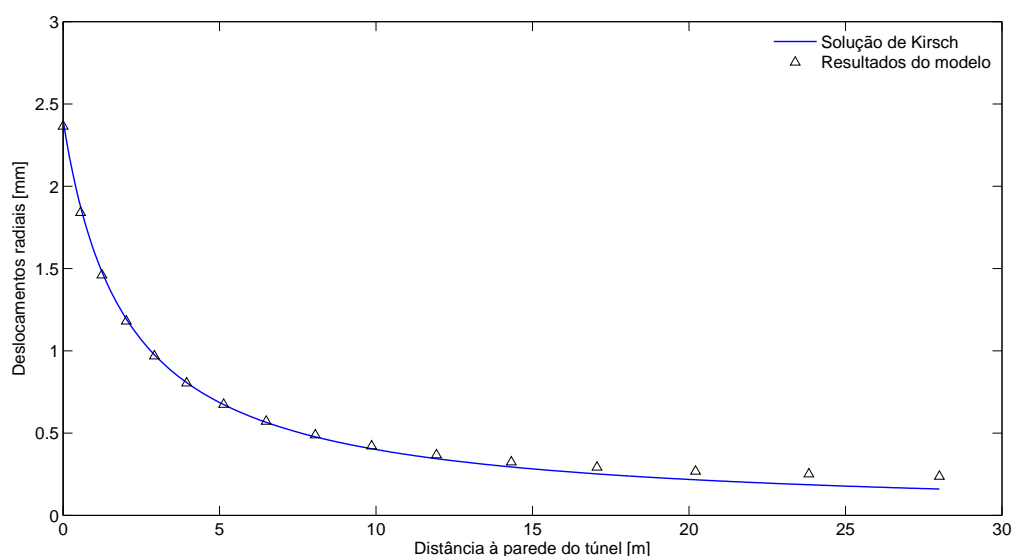


Figura 4.4: Comparação entre os deslocamentos radiais calculados a partir do modelo e as obtidos da solução de Kirsch

Pela figura 4.4, pode-se observar que o cálculo realizado pelo modelo representa bem a estrutura para distâncias à parede do túnel inferiores a 10 metros. Para valores superiores ao referido existe uma divergência entre as duas metodologias, que é devida a erros de truncatura resultantes das dimensões do modelo. Para aproximar o modelo à solução teórica poder-se-ia aumentar as dimensões do modelo. Contudo, como com o problema de retroanálise se vão utilizar valores de deslocamentos das paredes do túnel, o modelo definido é aceitável para o estudo de identificação de parâmetros. Nas figuras 4.5 e 4.6 apresenta-se a distribuição de tensões máximas e mínimas obtidas do modelo para o caso em estudo. Apresenta-se ainda na figura 4.8, os vectores de deslocamentos determinados pelo *FLAC*.

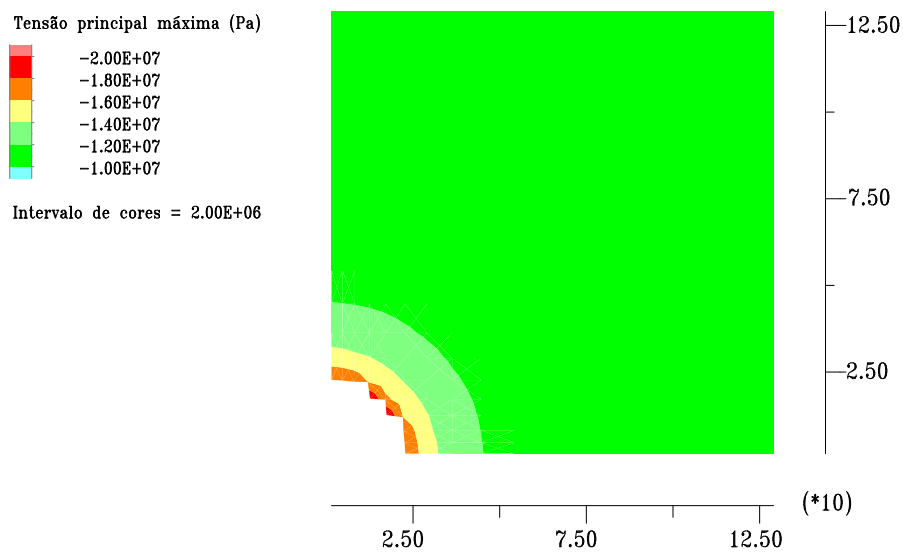


Figura 4.5: Diagrama de cores da distribuição da tensão principal máxima)

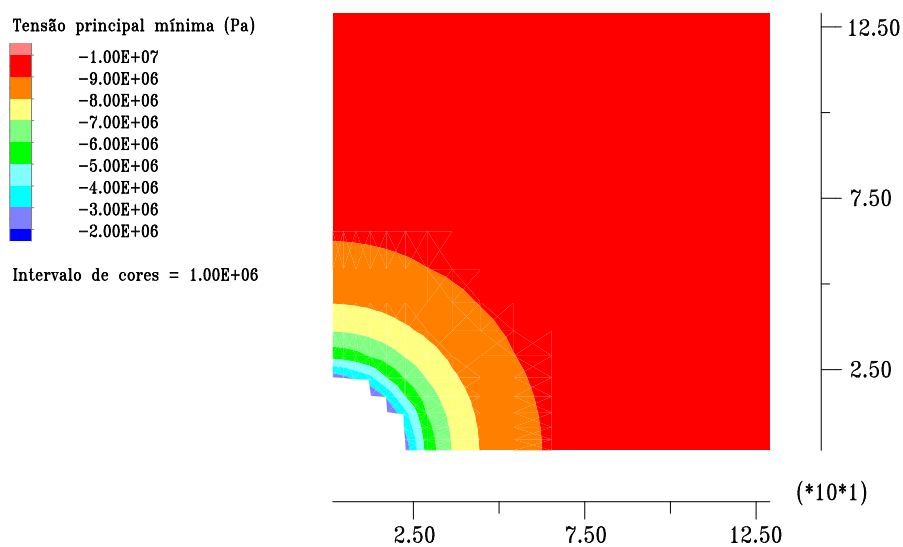


Figura 4.6: Diagrama de cores da distribuição da tensão principal mínima)

Para posteriormente aplicar o programa de retroanálise, foram registados valores de deslocamentos em 3 pontos do túnel e tensões em 2 pontos do maciço próximos do túnel. Os valores obtidos apresentam-se na tabela 4.1 e os pontos referidos estão assinalados na figura 4.7.

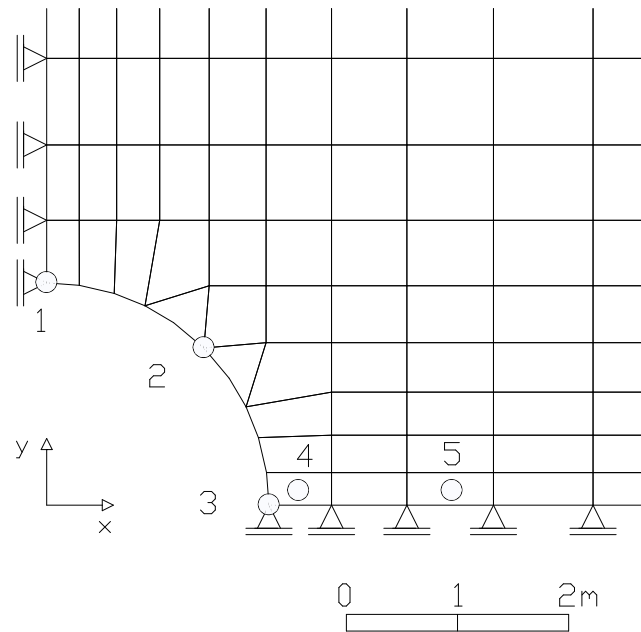


Figura 4.7: Pontos e elementos da malha escolhidos para os valores observados

Tabela 4.1: Valores registados após o cálculo do modelo

Nó 1	$u_{x1} = 0.0000 \text{ m}$	$u_{y1} = -0.0024 \text{ m}$
Nó 2	$u_{x2} = -0.0017 \text{ m}$	$u_{y2} = -0.0017 \text{ m}$
Nó 3	$u_{x3} = -0.0024 \text{ m}$	$u_{y3} = 0.0000 \text{ m}$
Elemento 4	$\sigma_{x4} = -2.54 \text{ MPa}$	$\sigma_{y4} = -17.98 \text{ MPa}$
Elemento 5	$\sigma_{x5} = -7.05 \text{ MPa}$	$\sigma_{y5} = -13.061 \text{ MPa}$

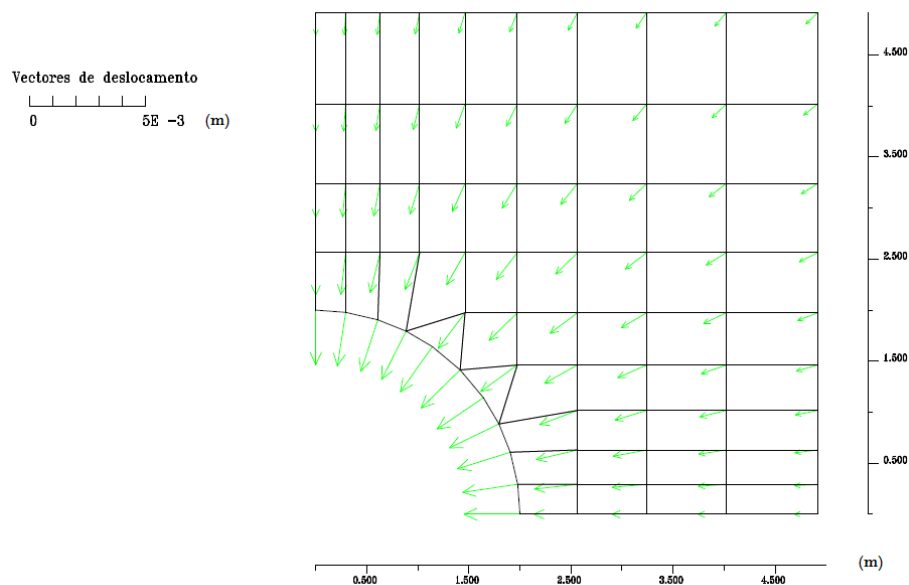


Figura 4.8: Vectores de deslocamentos

4.2.3 Problema de identificação de parâmetros

Calculada a resposta do modelo à escavação do túnel, tem-se a solução do problema, podendo considerar-se que, a resposta obtida e apresentada na tabela 4.1 seria resultado da aplicação de instrumentação no túnel. Considere-se então, para a aplicação do programa de retroanálise, que tanto o estado de tensão inicial como os parâmetros de deformabilidade do maciço eram desconhecidos e que os valores de deslocamentos e tensões do túnel teriam sido obtidos a partir de observação.

Neste problema considera-se que a escavação ocorre de imediato, sendo possível obter toda a resposta do maciço após a escavação, como se fosse realizada uma escavação através de explosivos, perfeita, sem alterar o maciço rochoso nas fronteiras da abertura. Quando se recorrem a metodologias do tipo NATM, uma escavação é realizada por pequenas secções e não corresponde a uma acção imediata como se considera neste caso. Para esses casos seria então necessário avaliar convenientemente os valores de convergência obtidos da observação, de forma a definir na modelação em que altura se devem começar a medir os deslocamentos para comparar correctamente os valores de convergência calculados com os observados. No presente caso, considerou-se que seria possível conhecer o valor da convergência total do túnel, tendo sido desprezada esta problemática. Refere-se ainda que, na generalidade dos casos, a tensão vertical deste tipo de problemas é de fácil estimativa e por isso foi considerada como conhecida, tornando o objectivo do programa de retroanálise o cálculo da tensão horizontal in-situ e do módulo de deformabilidade do maciço rochoso.

Para o cálculo dos parâmetros em estudo aplicou-se uma metodologia de retroanálise utilizando o modelo matemático previamente referido e o critério de Markov (equação 3.1). Devido ao facto de os valores observados terem ordens de grandeza muito diferentes (deslocamentos na ordem de 10^{-3} (m) e tensões na ordem de 10^6 (Pa)), é necessário definir valores não unitários para a matriz W de forma a que os deslocamentos observados tenham tanta influência como as tensões observadas na função objectivo. Caso se definisse a matriz W como identidade, os escalares obtidos ao longo das iterações do programa de retroanálise seriam altamente influenciados pelas tensões iniciais, enquanto que o módulo de deformabilidade final obtido da minimização teria um vasto intervalo de valores aceitáveis já que a função objectivo, após identificado o estado de tensões iniciais, teria valores muito reduzidos. Considerou-se então para este cálculo que tanto os valores de deslocamento como os de tensão têm a mesma importância em termos de função objectivo, sendo a matriz W correspondente a:

[illegible]

e o vector dos valores observados correspondente a:

$$y_0 = \begin{bmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{x3} \\ u_{y3} \\ \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \end{bmatrix}$$

Como se pretende que todas as observações tenham o mesmo peso na função objectivo, definiu-se que as tensões verticais observadas são multiplicadas por uma constante inferior às horizontais, porque têm uma grandeza dez vezes superior.

4.3 Resultados

Apresenta-se nesta secção os resultados do problema de identificação de parâmetros através da utilização dos três métodos de minimização já referidos anteriormente.

4.3.1 Aplicação do método de Nelder-Mead

Numa primeira análise procurou-se resolver o problema em estudo recorrendo ao método de Simplex de Nelder-Mead descrito no ponto 3.3.1. Devido a se tratar de um método que não distingue mínimos locais de mínimos globais, decidiu-se realizar quatro cálculos diferentes, ou seja, a estimativa inicial de cada cálculo é diferente de forma a permitir testar a convergência do método. Na tabela 4.2 apresentam-se as estimativas iniciais e os valores finais obtidos nos quatro cálculos de retroanálise realizados e na figura 4.9 apresenta-se a variação dos valores dos parâmetros em estudo ao longo das iterações de cada cálculo.

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo método de Nelder-Mead

Cálculo	Valor inicial		Valor calculado	
	E [GPa]	σ_x [MPa]	E [GPa]	σ_x [MPa]
1	14,0	6,0	9,9	10,0
2	4,0	16,0	9,9	10,0
3	6,0	7,0	10,0	10,0
4	19,0	20,0	10,0	9,9

Dos cálculos realizados, o cálculo 3 foi o mais rápido, tendo sido necessário um total de 31 iterações para convergir para o valor correcto, enquanto que o cálculo 2 foi o mais moroso necessitando 47 iterações para convergir para a solução.

Na figura 4.10 apresenta-se a evolução do valor da função objectivo para os quatro cálculos realizados. A figura contém dois gráficos com a mesma informação, sendo que no gráfico 4.10(b) limitou-se o eixo

das ordenadas para um valor de 250, permitindo uma melhor análise da evolução da função objectivo para iterações mais avançadas.

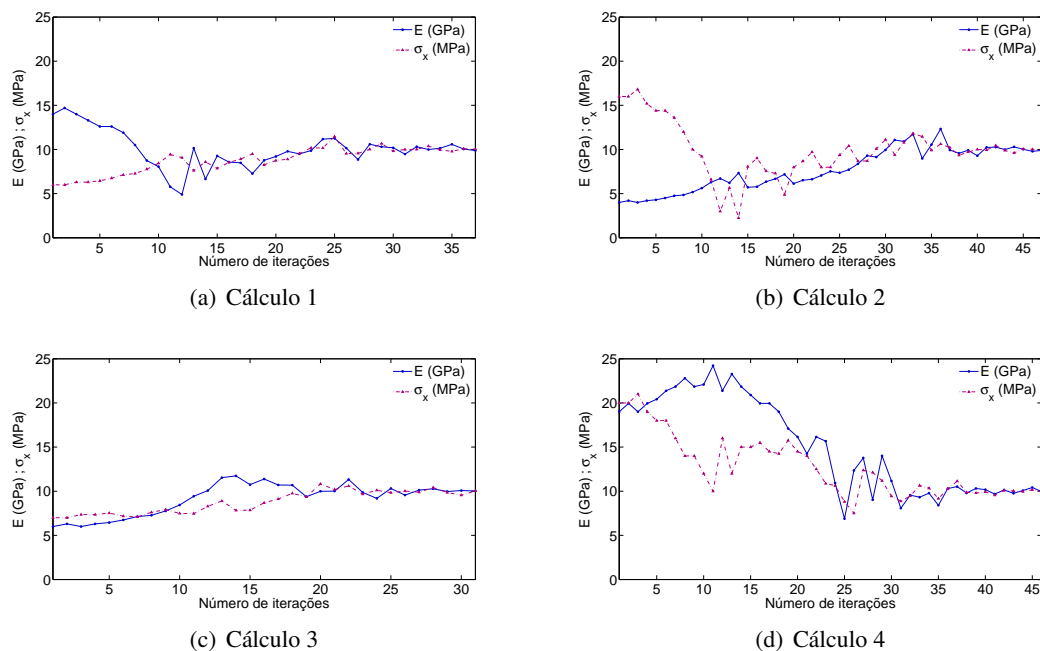


Figura 4.9: Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo método de Nelder-Mead

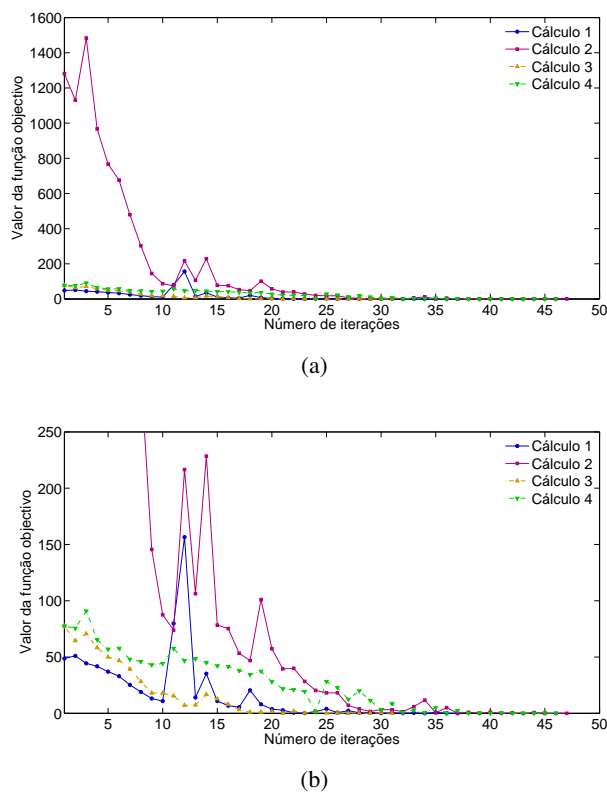


Figura 4.10: Evolução da função objectivo ao aplicar o método de Nelder-Mead

De seguida, apresentam-se na figura 4.11 os caminhos percorridos pelo programa ao longo das iterações sobre isolinhas (curvas de igual valor) da função objectivo. Para a definição das isolinhas efectuaram-se diversos cálculos com várias combinações de valores de E e σ_x , recorrendo a uma rotina definida no programa *MATLAB R2010a*, tendo sido registados os valores de função objectivo correspondentes.

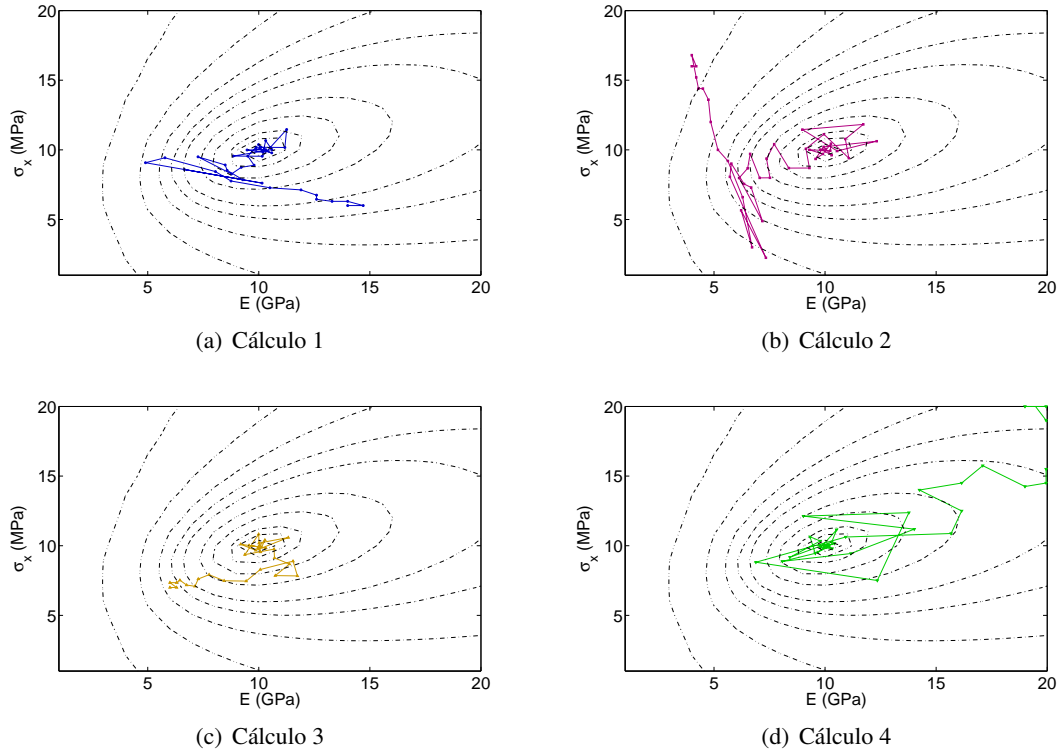


Figura 4.11: Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o método de Nelder-Mead

4.3.2 Aplicação de um método de direcção de descida

Aplicando o algoritmo baseado no método de direcção de descida apresentado em 3.3.2, aplicou-se uma análise similar à exposta no ponto anterior deste documento. Realizaram-se também 4 cálculos, sendo que as estimativas iniciais correspondem às mesmas utilizadas para aplicar o algoritmo com base no método de Nelder-Mead. Na tabela 4.3 apresentam-se os resultados finais a que se chegou em cada cálculo e na figura 4.12 a evolução dos parâmetros em estudo ao longo dos cálculos.

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo método de direcção de descida

Cálculo	Valor inicial		Valor calculado	
	E [GPa]	σ_x [MPa]	E [GPa]	σ_x [MPa]
1	14,0	6,0	10,0	10,0
2	4,0	16,0	10,0	10,1
3	6,0	7,0	10,0	10,1
4	19,0	20,0	10,0	10,1

Na figura 4.13 apresenta-se a evolução do valor da função objectivo para os quatro cálculos realizados.

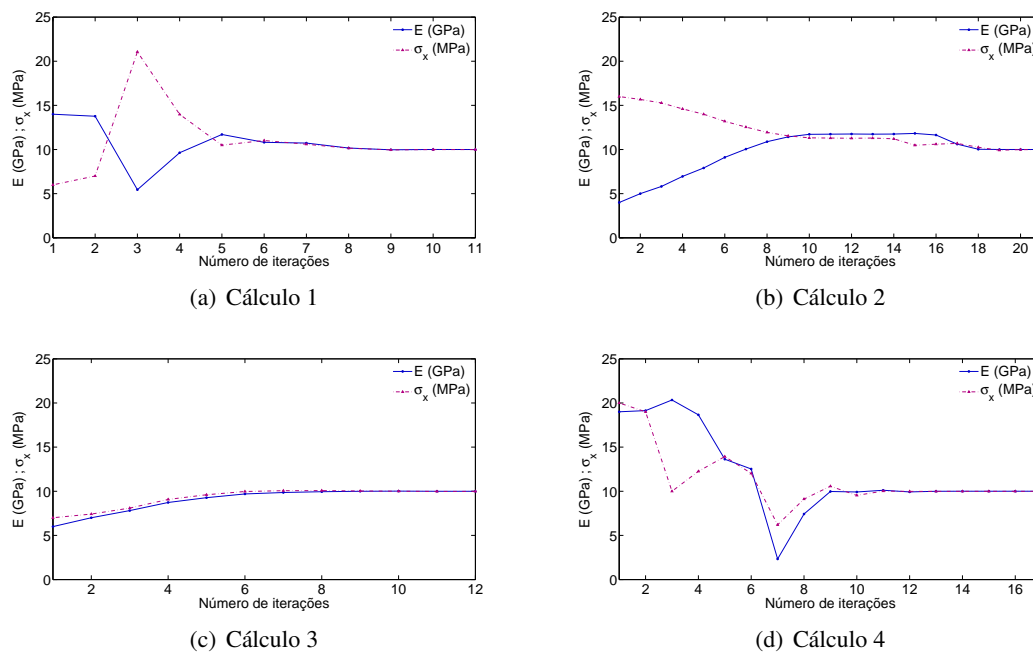


Figura 4.12: Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo método de direcção de descida

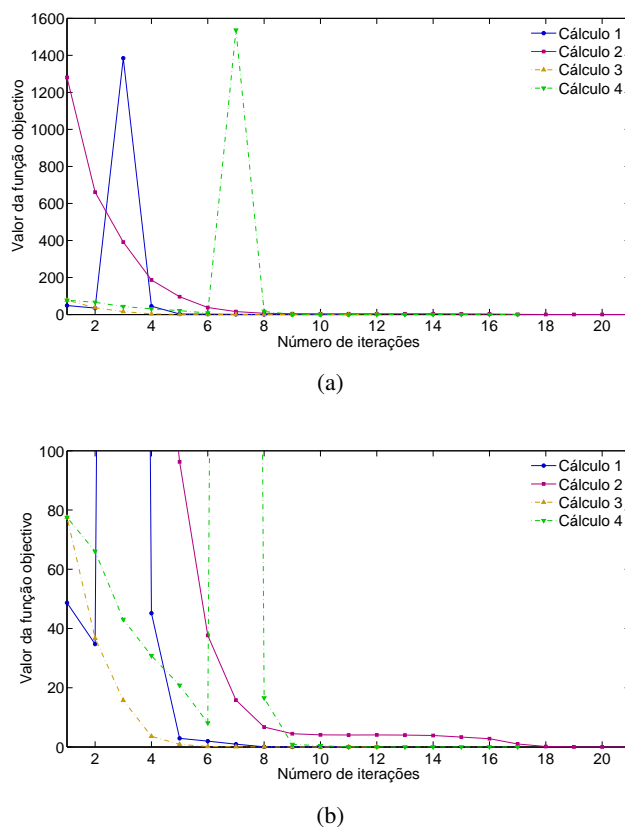


Figura 4.13: Evolução da função objectivo ao aplicar um método de direcção de descida

Dos cálculos realizados para o presente caso, o cálculo 1 convergiu para a solução em menos iterações, tendo sido necessário um total de 11 iterações para convergir para o valor correcto. O cálculo 2 necessitou de 21 iterações, tendo sido o cálculo mais moroso. Note-se no entanto que utilizando esta metodologia é necessário realizar 5 cálculos a cada iteração: O cálculo do valor de função objectivo no ponto estimado como solução e, caso seja necessário prosseguir o cálculo por ainda não ter sido encontrada a solução, de 4 pontos envolventes para a estimativa do gradiente por diferenças centradas.

Por fim apresentam-se os caminhos percorridos pelo programa ao longo das iterações na figura 4.14.

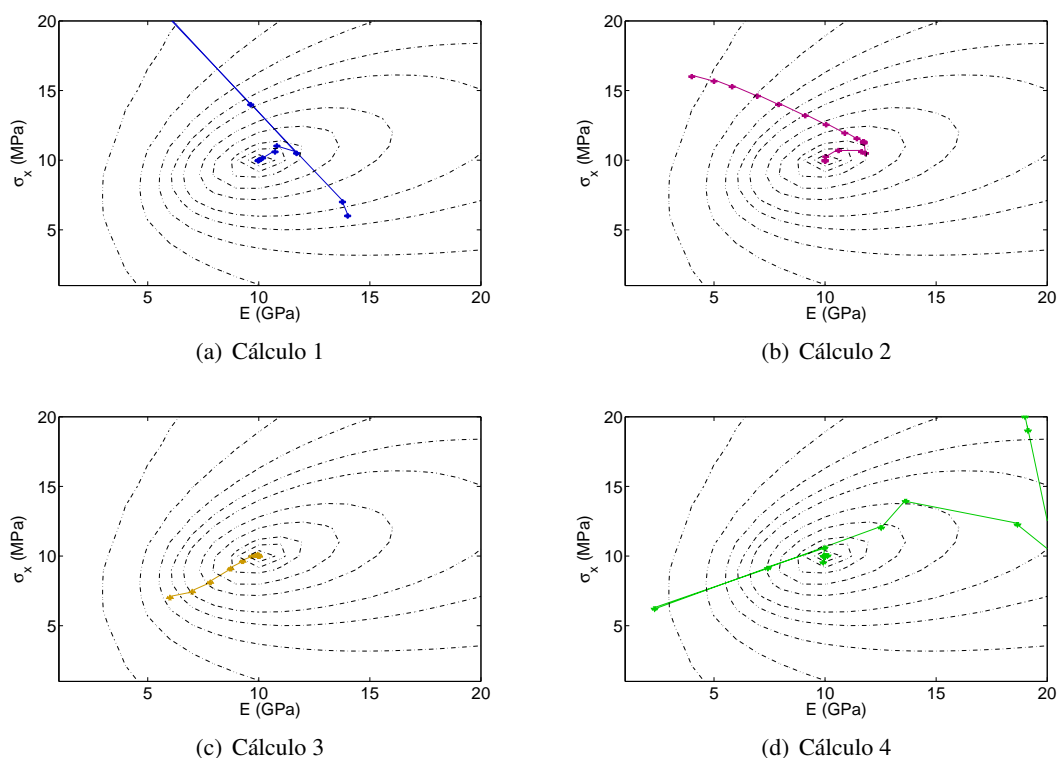


Figura 4.14: Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o método de direcção de descida

Pode-se observar na figura 4.14 que, utilizando esta metodologia, as rectas traçadas que ligam os pontos são aproximadamente perpendiculares às isolinhas.

4.3.3 Aplicação do algoritmo genético

Na terceira, e última análise deste problema, recorreu-se ao algoritmo genético descrito no ponto 3.3.3. Dado que para este tipo de algoritmo não se define uma estimativa inicial "singular", mas sim um intervalo em que se pensa que a solução do problema de identificação possa estar situada (não sendo uma condição necessária para o algoritmo chegar à solução correcta), apenas se realizou um cálculo de retroanálise. Note-se no entanto que a natureza aleatória do método conduziria a resultados diferentes nos passos intermédios, caso fossem feitos outros cálculos, mas a uma solução final idêntica. Por essa razão escolheu-se apenas apresentar os resultados referentes a um cálculo. Na tabela 4.4 apresentam-se os resultados obtidos.

Nas figuras 4.15 e 4.16 e apresentam-se, respectivamente, a evolução do valor da função objectivo e dos parâmetros em estudo ao longo das iterações do processo de cálculo.

Tabela 4.4: Valores dos parâmetros iniciais e calculados pelo algoritmo genético

Parâmetro	Valor óptimo	Cálculo	
		Estimativa inicial	Valor final
E	10 GPa	1 - 20 GPa	10,1 GPa
σ_x	10 MPa	1 - 20 MPa	10,1 MPa

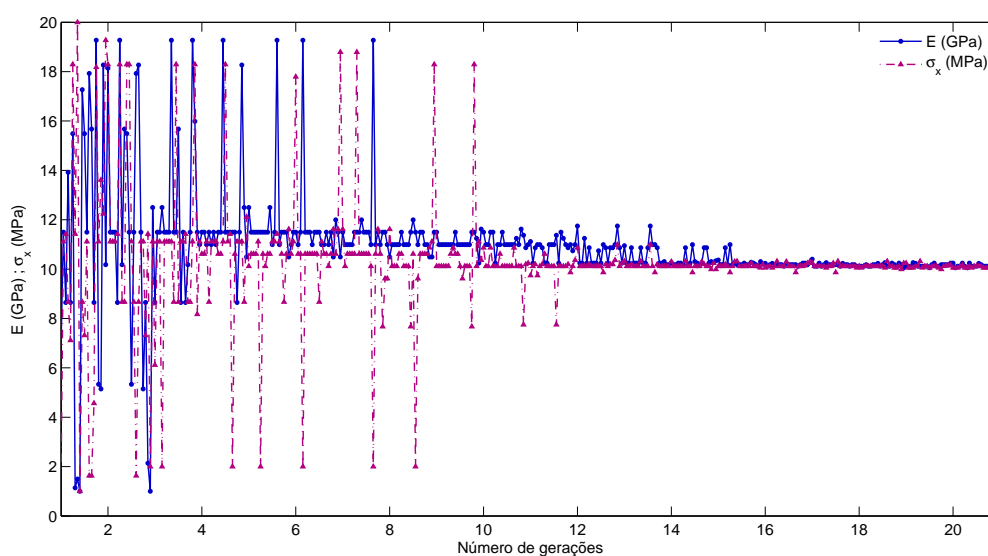
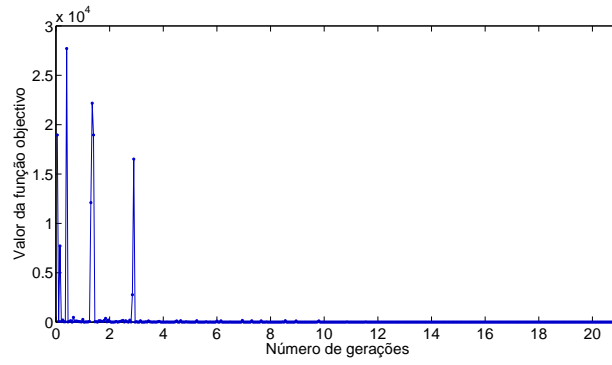


Figura 4.15: Evolução dos parâmetros em estudo, calculados pelo algoritmo genético

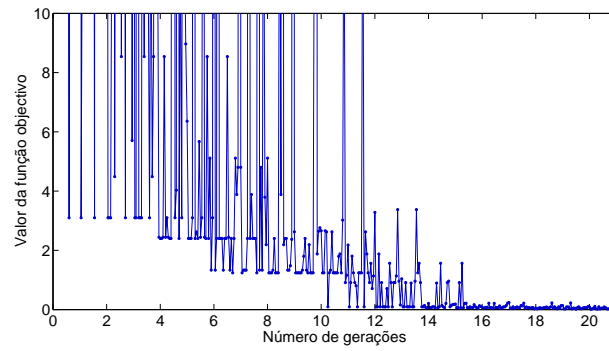
Da análise das figuras 4.15 e 4.16, verifica-se que o método de minimização utilizado neste caso aborda os problemas de uma forma diferente dos restantes apresentados. Numa iteração não é calculado apenas 1 ponto, mas sim uma família de pontos, sendo que de iteração para iteração é utilizada a informação dos pontos calculados anteriormente.

Verifica-se que o cálculo realizado convergiu para o resultado correcto, tendo sido necessário para tal 21 iterações (ou gerações, na nomenclatura normalmente utilizada para o caso dos algoritmos genéticos), o que corresponde a um total de 420 cálculos.

Apresentam-se ainda na figura 4.17 os resultados obtidos sobre o gráfico de isolinhas da função objectivo de 4 iterações do cálculo. É possível verificar a aleatoriedade do método no cálculo inicial e a forma como as "famílias" convergem ao longo das iterações para a solução óptima.

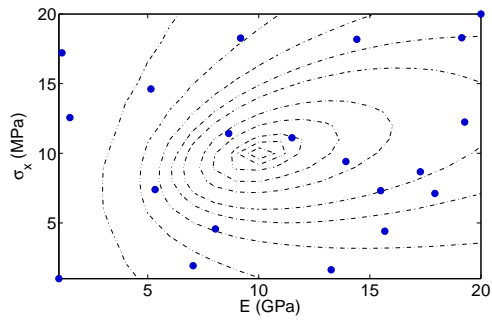


(a)

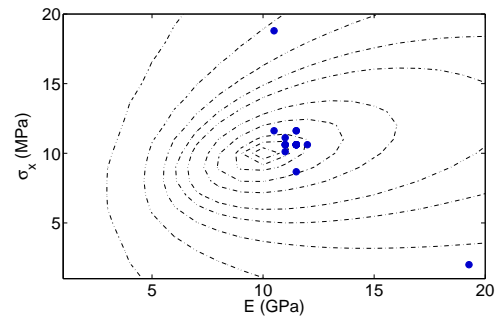


(b)

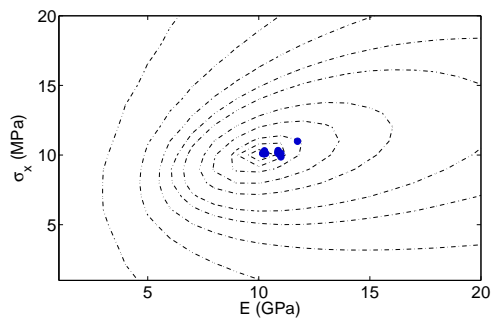
Figura 4.16: Evolução da função objectivo ao aplicar o algoritmo genético



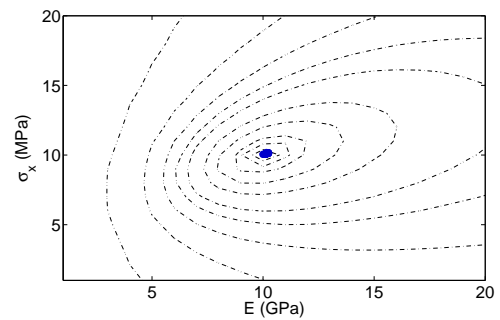
(a) Geração 1



(b) Geração 7



(c) Geração 14



(d) Geração 21

Figura 4.17: Caminho percorrido pelo programa de retroanálise, quando utilizado o algoritmo genético

4.4 Discussão de resultados

Em relação à adequabilidade dos métodos empregues para resolver o problema de identificação de parâmetros proposto, pode-se concluir de uma forma geral que todos conduzem a resultados adequados, visto que convergem para a solução óptima com erros com uma ordem de grandeza praticamente nula no que toca a parâmetros geotécnicos.

Analizando as figuras com resultados relativos aos métodos de Nelder-Mead e direcção de descida, verifica-se que o último necessita de menos iterações para chegar à solução óptima. Este facto está relacionado com o recurso à informação do gradiente por parte do método de direcção de descida, enquanto que o método de Nelder-Mead apenas necessita da informação dos valores da função objectivo. Esta utilização do gradiente pode ser confirmada pela forma que o percurso toma para a procura da solução, (figura 4.14), verificando-se que as linhas que juntam duas iterações são, aproximadamente, normais às isolinhas da função objectivo. Refere-se que apesar do método de direcção de descida necessitar de menos iterações para chegar à solução, cada uma requer quatro cálculos adicionais para estimar o gradiente da função objectivo, fazendo com que este método necessite de realizar aproximadamente o mesmo número de cálculos que o de Nelder-Mead para convergir para a solução.

No presente problema, a função objectivo não possui um comportamento muito irregular, não existindo a presença de mínimos locais junto ao mínimo global. Contudo, se se estivesse perante um problema com inúmeros mínimos locais, os métodos de Nelder-Mead e de direcção de descida poderiam não ser os mais indicados para resolver o problema. Nesses casos deve-se recorrer a métodos como o algoritmo genético que contornam a problemática dos mínimos locais, bastando conhecer o intervalo de valores em que os parâmetros em estudo possivelmente se situam. Note-se no entanto que a utilização do algoritmo genético envolve um maior esforço computacional que os restantes métodos. No caso deste exemplo de aplicação foram necessárias 21 gerações para chegar à solução através do algoritmo genético, o que corresponde a 420 cálculos do modelo matemático, sendo que os outros dois métodos necessitam de cerca de 30 a 50 cálculos do modelo matemático.

Considera-se então que, de uma forma geral, o programa de retroanálise conduz a bons resultados.

Capítulo 5

Análise de um túnel circular com suporte

5.1 Objectivos

Neste capítulo aplicar-se-ão metodologias de retroanálise à resolução de problemas de identificação de parâmetros em que o comportamento da estrutura geotécnica tem de ser representada por modelos mais complexos. O exemplo apresentado corresponde à análise do processo de escavação de um túnel circular num maciço constituído por material pouco resistente, sendo necessário recorrer à construção de estruturas de suporte e à consideração de materiais com comportamento não linear.

Nos pontos seguintes deste capítulo apresenta-se o problema geotécnico definido. Para a modelação do maciço utilizou-se o software *FLAC 5.0*, e, de forma a poder validar-se o modelo, construiu-se uma curva característica do terreno, comparando-a com a solução analítica apresentada em 2.3.2.

Validado o modelo matemático, introduz-se o problema de identificação de parâmetros, sendo apresentados e discutidos os resultados.

5.2 Definição do problema

Do ponto de vista geométrico, o problema que agora se apresenta é semelhante ao apresentado no capítulo anterior, com excepção do raio do túnel. No entanto, considerar-se-á que o maciço é constituído por um material menos resistente, que terá de ser modelado como tendo um comportamento elasto-plástico.

O critério de rotura escolhido para modelar o comportamento do maciço foi o de Mohr-Coulomb, tendo sido escolhidos os seguintes valores para os parâmetros: 1.5 GPa para o módulo de deformabilidade, E , 0.25 para o coeficiente de Poisson, ν , 25 kN/m³ para o peso volúmico, γ , 1 para o coeficiente de impulso em repouso, K_0 , 45° para o ângulo de atrito, ϕ , e, por fim, 100 kPa para o valor de coesão efectiva, c .

O túnel encontra-se a uma profundidade de 400 metros, tendo um diâmetro de 6 metros. O suporte primário dimensionado para a estrutura corresponde a 20 cm de betão projectado com um módulo de deformabilidade de 30 GPa e tensão de cedência de 35 MPa. Na figura 5.1, esquematiza-se o problema descrito.

Considera-se que a técnica de escavação utilizada é do tipo NATM, isto é, o sistema de suporte só é aplicado após a escavação, a uma distância x da frente. Para o efeito de resolução deste problema, não

se procurou definir qual a distância à frente de escavação em que o suporte é aplicado definindo-se, simplificadamente, para essa zona um coeficiente de desconfinamento, λ , equivalente a 0.96.

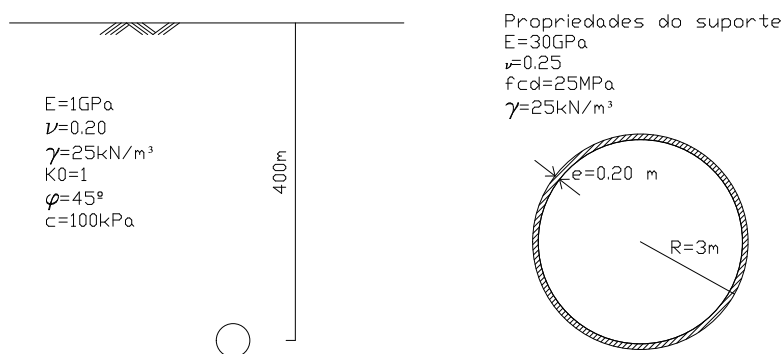


Figura 5.1: Problema geotécnico definido

5.2.1 Modelo matemático definido

Mais uma vez se considerou, para a modelação do problema em estudo, um estado de tensão homogéneo na zona envolvente ao túnel. Como o túnel do problema se encontra à mesma profundidade do definido no capítulo 4, também se estimou para este caso uma tensão vertical de 10 MPa. Utilizou-se a mesma malha do modelo de diferenças finitas apresentado no capítulo anterior, com a diferença de se ter realizado um túnel com 3 metros de raio ao invés de 2 metros e a malha estar mais refinada na zona de construção do túnel. Na figura 5.2 apresenta-se o esquema da malha definida.

Para modelar o efeito do avanço da frente de escavação, na secção transversal em estudo, aplicou-se pressão nas paredes da abertura que se foi reduzindo gradualmente até se anular, sendo que o valor nulo corresponde a um valor de distância em que esse efeito estabilizador já não se faz sentir na zona em análise.

O betão projectado foi modelado recorrendo a elementos estruturais, existentes no *FLAC*, denominados de "*liners*", têm três graus de liberdade (translação em x e y e rotação segundo z) em cada nó, podendo ser ligados entre si e a nós da malha. Permitem representar estruturas com comportamento elástico perfeitamente plástico que resistam a momentos flectores [2].

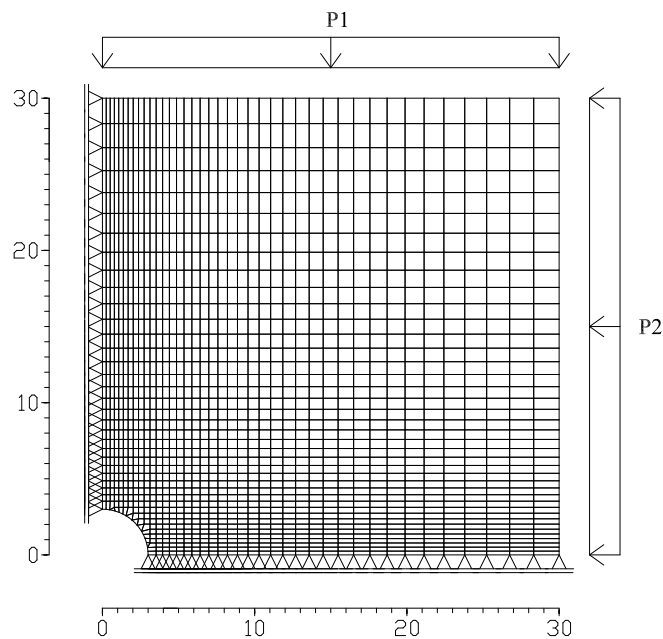


Figura 5.2: Malha do maciço rochoso (após escavação do túnel)

5.2.2 Comparação dos resultados com uma solução analítica

Numa primeira fase, e antes de se modelar a construção do túnel, utilizou-se o modelo matemático para definir a curva característica do terreno e comparar com a solução analítica apresentada em 2.3.2 de forma a validar o modelo criado.

Para se definir a curva característica do maciço é necessário determinar vários valores de deslocamento radial junto à parede do túnel, à medida que a frente de escavação vai avançando. Para simular o avanço da frente de escavação foi aplicada uma pressão fictícia na malha, após a realização da abertura do túnel, na parede do túnel. Reduziu-se o valor dessa pressão, desde um valor igual ao estado de tensão inicial até um valor nulo, registando os valores correspondentes de deslocamento radial na parede. Estes valores calculados apresentam-se na figura 5.3 e são comparados com a solução analítica, podendo-se verificar que apenas o último ponto, obtido da modelação, correspondente à pressão radial nula, não se ajusta convenientemente à curva teórica. Observa-se nesse ponto uma diferença considerável, correspondente a mais de 4 cm. Contudo, apenas para pressões fictícias muito baixas é que ocorre este mau ajuste do modelo. Como para o problema de identificação que se define posteriormente, o maciço rochoso não é solicitado até à sua capacidade máxima, devido à aplicação de um sistema de suporte, considera-se que o modelo matemático definido traduz bem o comportamento do maciço rochoso.

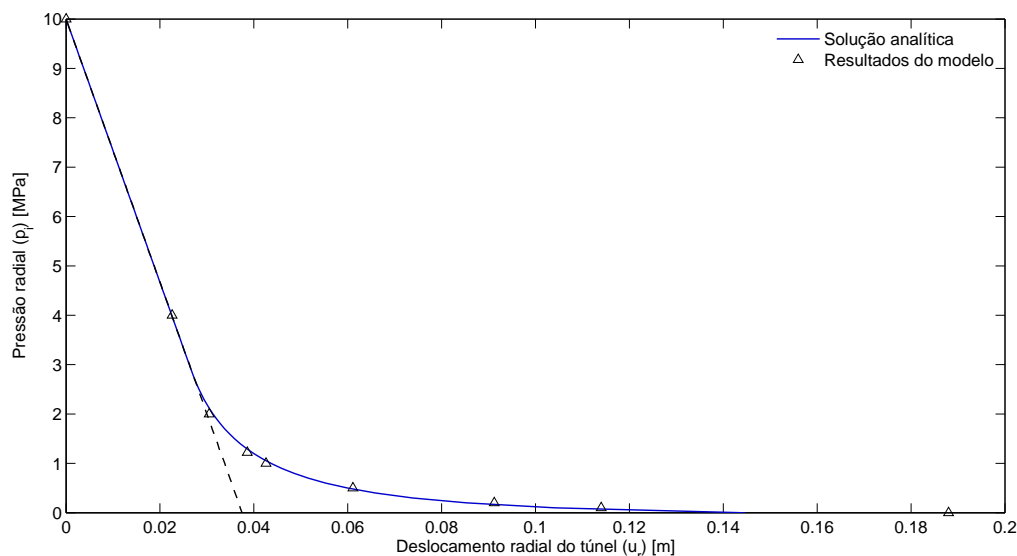


Figura 5.3: Comparação entre a curva característica do terreno obtida da solução analítica e da modelação

5.2.3 Problema de identificação de parâmetros

Como tem vindo a ser frisado ao longo deste documento, uma boa estimativa do estado de tensão inicial é bastante importante no caso do dimensionamento das obras subterrâneas. Como geralmente a tensão vertical é de fácil estimativa, apenas se identifica a tensão horizontal (σ_x), que é um parâmetro de difícil determinação através de ensaios. A tensão vertical é assumida como conhecida e equivalente a 10 MPa.

Em termos de deformação do maciço, decidiu-se identificar os parâmetros necessários à definição de uma curva característica do terreno, quando aplicado o critério de rotura de Mohr-Coulomb, nomeadamente, o módulo de deformabilidade (E), o ângulo de atrito (ϕ) e a coesão do maciço (c).

Para o presente caso apenas se utilizaram como dados observados valores de deslocamentos, retirados dos pontos equivalentes a 1, 2 e 3 da figura 5.4. Definiu-se ainda no código do modelo que as medições da convergência têm após a instalação do suporte. Tendo em conta que na observação de túneis é possível medir os esforços no suporte, utilizaram-se valores de convergência de duas fases distintas: uma quando os esforços no suporte correspondem a metade dos esforços totais finais e outra correspondente à carga máxima aplicada no suporte (quando a influência da frente já não se faz sentir na secção em estudo). Esses dados são apresentados na tabela 5.1.

Na figura 5.5 apresenta-se a zona da malha que sofre plastificação, antes da aplicação do suporte, e na figura 5.6 estão esquematizados os vectores de deslocamento de cada nó do maciço após o equilíbrio da estrutura, ou seja, quando está totalmente solicitada.

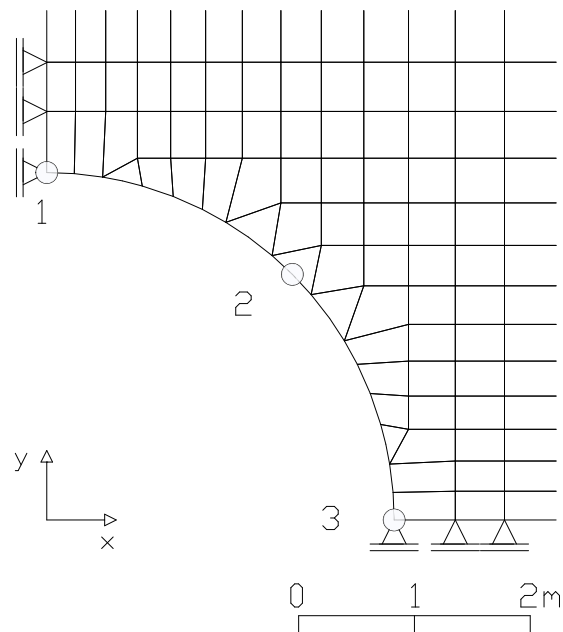


Figura 5.4: Pontos e elementos da malha escolhidos para os valores observados

Tabela 5.1: Valores registados após o cálculo do modelo

Nós	Deslocamentos	
	Suporte solicitado por metade da carga final	Suporte solicitado por toda a carga
1	$u_{x11} = -0.00 \text{ mm}$	$u_{x12} = -0.00 \text{ mm}$
	$u_{y11} = -0.66 \text{ mm}$	$u_{y12} = -1.21 \text{ mm}$
2	$u_{x21} = -0.46 \text{ mm}$	$u_{x22} = -0.84 \text{ mm}$
	$u_{y21} = -0.47 \text{ mm}$	$u_{y22} = -0.84 \text{ mm}$
3	$u_{x31} = -0.68 \text{ mm}$	$u_{x32} = -1.21 \text{ mm}$
	$u_{y31} = -0.00 \text{ mm}$	$u_{y32} = -0.00 \text{ mm}$

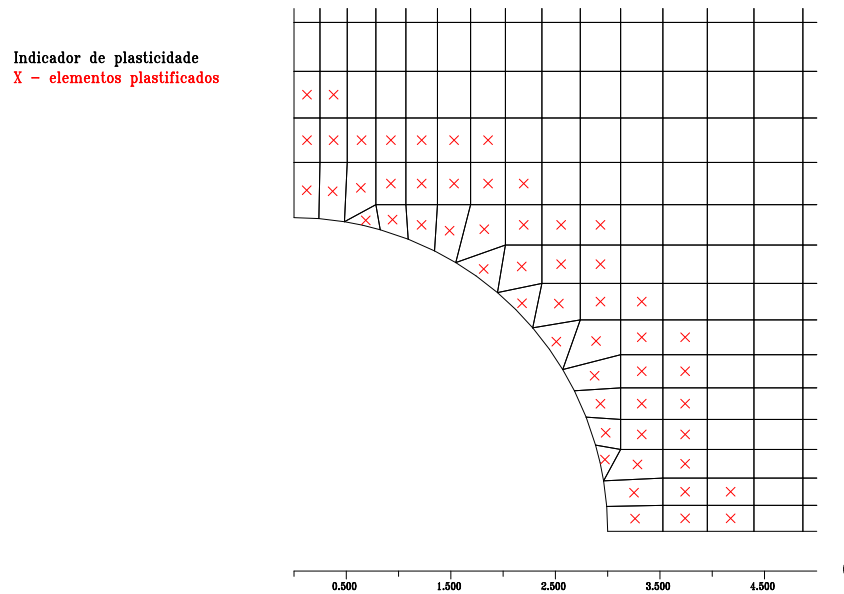


Figura 5.5: Zonas da malha que sofreram plastificação

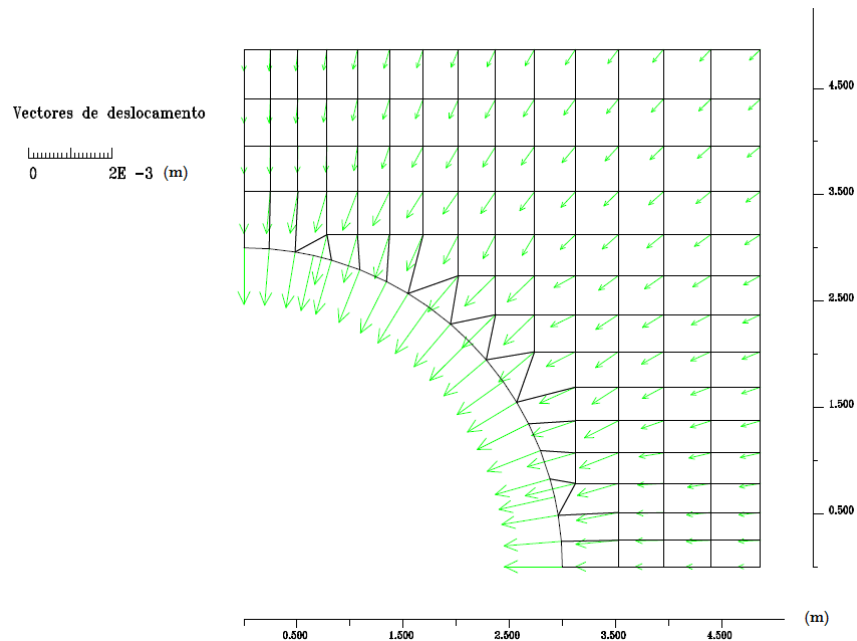


Figura 5.6: Vectors de deslocamentos

Por último, resta apenas referir algumas simplificações tomadas no cálculo de retroanálise. A distância à frente de escavação é simulada no modelo da secção transversal em estudo através da aplicação de uma pressão fictícia na parede do túnel. Como já foi exposto no capítulo 2, a pressão fictícia depende da distância à frente da escavação e do estado de tensão inicial. Como neste caso se procura identificar a tensão horizontal, a pressão fictícia altera ao longo das iterações. De forma a calcular convenientemente o valor da pressão fictícia, deveria ser criado outro modelo matemático, aproveitando a capacidade do *FLAC* de possuir a opção de modelo com eixo axissimétrico, em que se estudaria o eixo longitudinal

do túnel, permitindo definir o verdadeiro valor das pressões fictícias ao longo das iterações. Apesar do referido, existe ainda outra problemática associada à definição do problema. A expressão 2.16 para calcular as pressões fictícias considera o estado de tensão hidrostático, mas o cálculo de retroanálise analisa o problema para valores de K_0 diferentes de 1. Definiu-se então no código que as pressões fictícias são dadas por:

$$p_i = (1 - \lambda) \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \quad (5.1)$$

Trata-se de uma simplificação grosseira, contudo para o propósito de testar se o programa de retroanálise consegue identificar os parâmetros já referidos, considera-se como aceitável.

5.3 Resultados

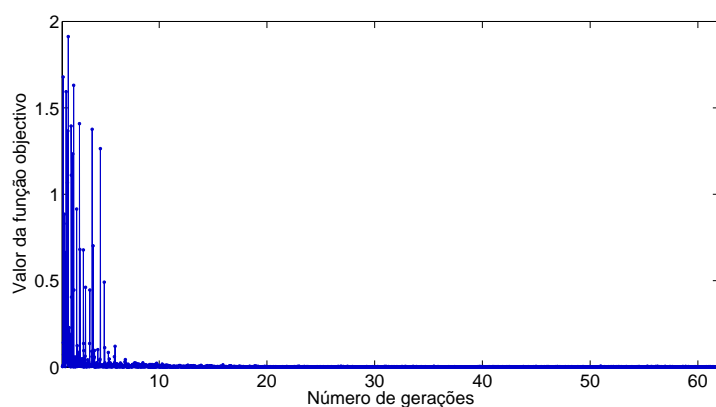
Neste caso, utilizou-se unicamente o algoritmo genético para resolver o problema de identificação de parâmetros descrito. Definiu-se que cada geração possui 50 indivíduos, tendo o programa convergido ao fim de 62 gerações, ou seja, calcularam-se 3100 valores de função objectivo. Como se pode observar pela tabela 5.2, apenas o valor da coesão ficou um pouco afastado da solução óptima, tendo os outros parâmetros convergido para soluções aceitáveis para a sensibilidade requerida em termos de parâmetros geotécnicos.

Tabela 5.2: Estimativa inicial e valor final calculado

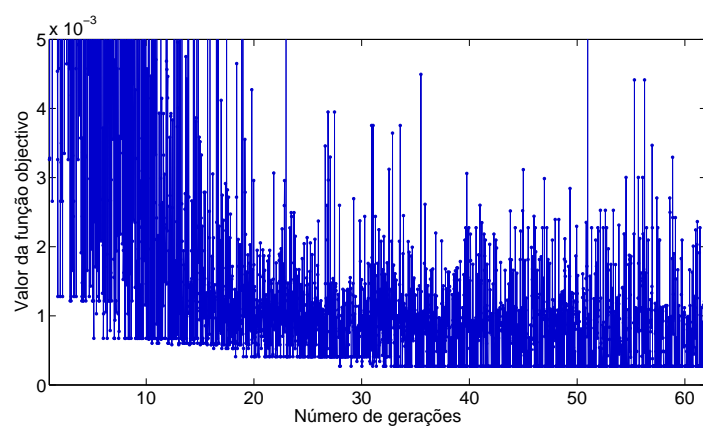
Parâmetro	Valor óptimo	Cálculo	
		Estimativa inicial	Valor final
E	1,5 GPa	1 - 3 GPa	1.1 GPa
σ_x	10 MPa	5 - 15 MPa	9,3 MPa
ϕ	45 °	35 - 45 °	42,1 °
c'	100 kPa	50 - 200 kPa	62,4 kPa

Na figura 5.7 apresenta-se a evolução da função objectivo ao longo dos cálculos, em dois gráficos contendo a mesma informação, mas com diferentes eixos das ordenadas, para se conseguir analisar bem a evolução da função objectivo para valores mais baixos. Pode-se observar que só depois de 30 gerações a solução começa a convergir.

Como se verificou que o valor de coesão calculado estava algo afastado da solução óptima conhecida, decidiu-se definir um gráfico de barras comparando os dados observados com os calculados, de forma a verificar se existem diferenças consideráveis entre o cálculo e a observação. Na figura 5.8 apresenta-se o gráfico referido, em que é possível observar que o programa conseguiu aproximar a solução de todos os dados observados, o que leva a concluir que a função objectivo possui mínimos locais com valores muito próximos do global ou que o valor dos deslocamentos observados depende pouco da coesão do maciço. Na figura não se apresentam os deslocamentos u_{x11} , u_{x12} , u_{y31} e u_{y32} porque são nulos.



(a)



(b)

Figura 5.7: Evolução da função objectivo

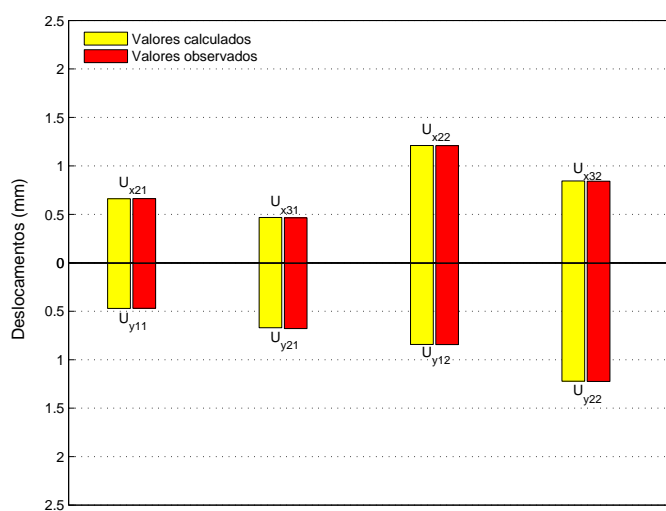


Figura 5.8: Comparação entre os valores de deslocamentos observados e os valores de deslocamentos calculados por retroanálise

Dada a igualdade entre deslocamentos calculados e observados, decidiu-se traçar a curva característica do maciço a partir dos parâmetros obtidos ("solução calculada") e comparar com a curva característica definida pelos parâmetros que se sabe que são a solução do problema ("solução ótima"). As curvas apresentam-se na figura 5.9.

Da figura 5.9, pode-se observar que no intervalo de convergência entre 4 a 6 cm, aproximadamente, as duas curvas ajustam-se bem, sendo que a grande diferença entre elas ocorre na convergência final da curva característica, com 19 cm para a curva característica definida pelos parâmetros ótimos e 29 cm para a curva definida com os parâmetros calculados. Desta figura pode-se retirar que a coesão influencia bastante a capacidade autoportante do maciço, ou seja, o final da curva característica.

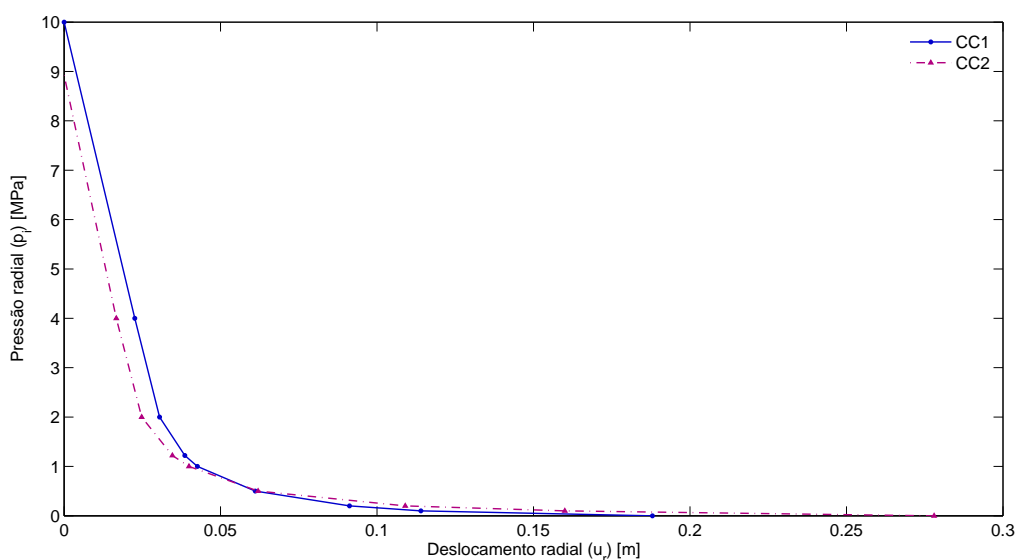


Figura 5.9: Comparação entre a curva característica modelada inicialmente e a curva característica modelada utilizando os parâmetros calculados por retroanálise

Realizou-se ainda um gráfico apresentando as duas curvas de deslocamentos radiais com a aplicação do suporte, de forma a comparar os deslocamentos radiais do túnel da solução ótima com os do túnel definido pelos parâmetros calculados. Esses gráficos são apresentados nas figuras 5.9 e 5.10, respectivamente.

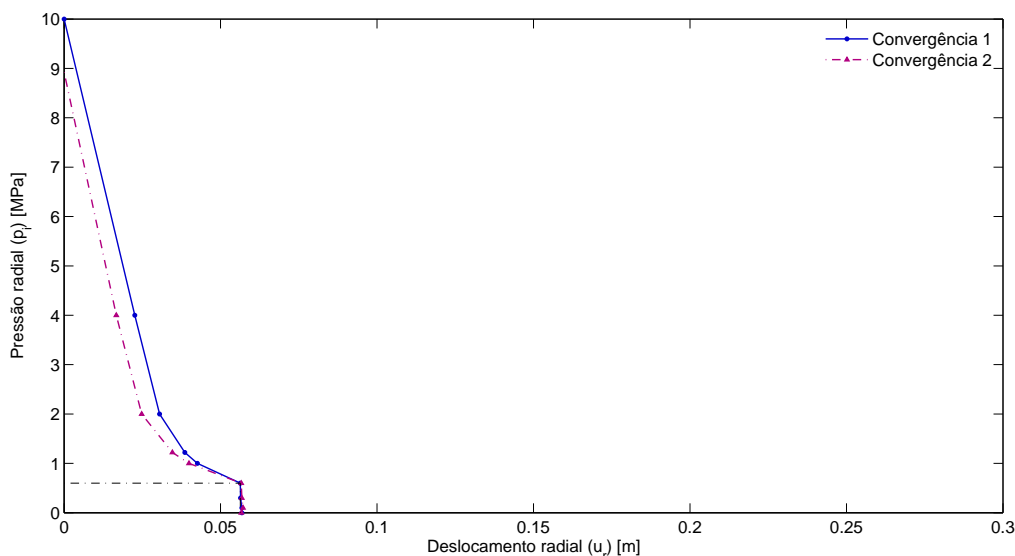


Figura 5.10: Comparação dos deslocamentos radiais do problema de identificação, entre o modelo inicial (CC1) e o modelo definido pelos parâmetros calculados por retroanálise (CC2)

A linha a traço-ponto no gráfico da figura 5.10 corresponde à pressão fictícia em que se aplica o suporte. A influência do suporte é notória, pois verifica-se que a convergência a partir desse ponto baixa drasticamente.

Da figura 5.10, verifica-se que as duas curvas são bastante próximas a partir de cerca de 4 cm de convergência. Estes resultados eram esperados visto se ter observado da figura 5.8 que os deslocamentos calculados se aproximam dos observados, sendo que correspondem a valores obtidos após a aplicação do suporte.

5.4 Discussão de resultados

Dos resultados obtidos e apresentados na secção anterior pode-se concluir que a solução obtida do programa de retroanálise, para o problema de identificação de parâmetros, corresponde a um mínimo local da função objectivo. Contudo, a análise das figuras 5.9 e 5.10 permite perceber que a solução se ajusta bem à informação concedida ao programa: os valores de deslocamentos medidos após a aplicação do suporte. Como a coesão do maciço influencia particularmente a convergência final do túnel (capacidade autoportante), acaba por não ter uma grande influência na função objectivo no problema de identificação de parâmetros, já que a aplicação de um sistema de suporte dificulta a convergência do programa para a solução óptima.

Na figura 5.11 apresentam-se gráficos a variar cada um dos parâmetros do problema de identificação para estudar a influência que cada um tem na função objectivo. Para cada gráfico variou-se um dos parâmetros dentro de um intervalo de valores escolhido e manteve-se os restantes constantes, com o seu valor óptimo.

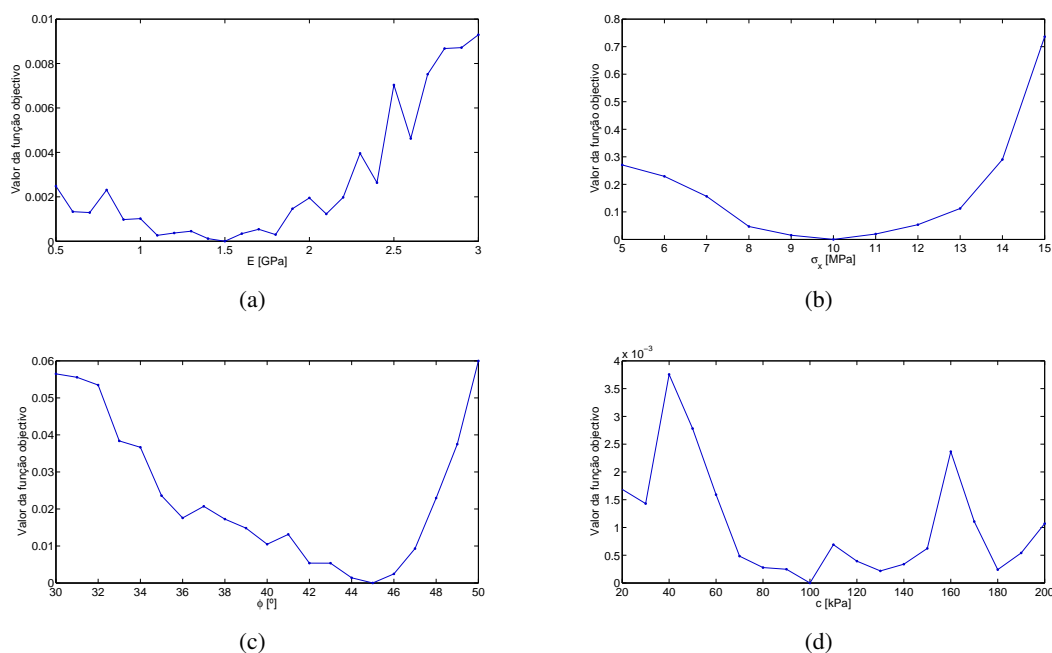


Figura 5.11: Influência de cada parâmetro no valor da função objectivo

A figura permite concluir que o parâmetro que tem maior influência na função objectivo corresponde ao estado de tensão horizontal (σ_x) e também é esse parâmetro que tem uma evolução mais suave sem existência de mínimos locais perto da solução global.

O ângulo de atrito (ϕ), apesar de possuir alguns mínimos locais junto ao mínimo global, tem também uma grande influência na função objectivo, criando poucas dificuldades na sua identificação através de métodos de minimização potentes, como é o caso dos algoritmos genéticos.

O módulo de deformabilidade (E) possui um intervalo de valores perto da solução global para os quais o programa de retroanálise poderia convergir, visto que nessa gama de valores (1.1 a 1.8 GPa) a variação da função objectivo é muito pequena. Contudo esse intervalo é reduzido no que toca à sensibilidade deste tipo de parâmetros, qualquer solução obtida nesse intervalo seria considerada como aceitável.

Por último resta referir como varia a função objectivo com a coesão (c). O programa tem dificuldade em chegar à solução óptima deste parâmetro visto que este provoca variações muito baixas no valor da função objectivo (na ordem de 10^{-3}) relativamente aos outros parâmetros.

Com estes resultados, conclui-se que a forma como o problema em estudo está formulado permite identificar de forma aceitável todos os parâmetros que se pretendeu identificar, com excepção da coesão. A identificação da coesão necessitaria de outra abordagem. Caso a obra em estudo disponha de um sistema de observação completo, pode ser escolhido outro conjunto de grandezas observadas mais sensíveis à variação da coesão do maciço. Poder-se-ia também utilizar como critério de identificação o método da máxima verosimilhança com informação prévia [8] que permite ter em conta informações conhecidas, por exemplo, através da realização de ensaios, sobre os possíveis valores dos parâmetros a identificar, bem como sobre a sua importância relativa.

Capítulo 6

Considerações finais

6.1 Apreciação global e conclusões

A preocupação principal deste documento prendeu-se com a exposição clara e concisa de uma metodologia de retroanálise possível de aplicar a problemas de caracterização de parâmetros geotécnicos. Procurou-se expor algumas bases matemáticas por detrás de todo o processo do programa de retroanálise, assim como a demonstração prática das capacidades do mesmo, através da aplicação do programa a dois exemplos.

Reteve-se a importância em estimar o estado de tensão instalado num maciço, para o caso das obras subterrâneas, dado que este estado de tensão é responsável pelas solicitações a que a estrutura a construir ficará sujeita, influenciando bastante o seu dimensionamento. Verificou-se ainda que a identificação de parâmetros associados à deformabilidade e à estabilidade do maciço, tem uma grande importância para os casos em que o maciço rochoso se encontra muito alterado.

Foi definido um problema de identificação de parâmetros, em que o modelo matemático é regido por um comportamento elástico linear, tendo-se analisado as potencialidades de alguns métodos de minimização. Verificou-se, através dos resultados obtidos que os métodos de minimização de Nelder-Mead e de direcção de descida correspondem a algoritmos mais leves, em termos de esforço computacional, comparativamente ao algoritmo genético. Procura-se referir que, apesar dos bons resultados obtidos e apresentados no capítulo 4, pretendia-se que o problema definido trouxesse uma maior dificuldade de resolução. Um dos objectivos desse problema seria demonstrar o poder de cálculo de alguns métodos de minimização em relação aos outros, porém todos convergiram para a solução óptima, independentemente da estimativa inicial definida. Contudo, sabe-se da bibliografia que o algoritmo genético é um método de minimização mais poderoso. Permite contornar a problemática dos mínimos locais e não necessita de informação do gradiente, permitindo assim resolver, com sucesso, problemas não lineares. Por essa razão foi adoptado para resolver o problema do capítulo 5.

O problema apresentado no capítulo 5 permite compreender alguns dos problemas associados à aplicação de retroanálise. Numa primeira fase é necessário definir um modelo matemático que consiga representar adequadamente os dados observados. Definido o modelo, é necessário que os parâmetros a identificar tenham alguma influencia na função objectivo, caso contrário, por muito potente que seja o método de minimização utilizado, o programa poderá chegar a soluções não representativas da realidade. A análise feita permite compreender que existe uma grande dificuldade em identificar a coesão do maciço com sucesso, pois para os dados de observação utilizados, a coesão pouco, ou praticamente nada, influencia. Posto isto, compreende-se que a identificação de um parâmetro depende do modelo e das grandezas observadas, sendo que estas devem ser sensíveis aos parâmetros a determinar.

Para os casos em que se utilizem diferentes tipos de dados observados, devem ser utilizados critérios de identificação que permitam alterar o peso desses dados na função objectivo, como é o caso do método de Markov.

Verificou-se que para este tipo de problemas, não existe necessidade de utilizar métodos de minimização com restrições. Os parâmetros a identificar têm dimensões válidas num intervalo de variação contínuo positivo. Desde que o problema esteja bem formulado, isto é, como o modelo matemático e as grandezas observadas bem definidas, o programa acaba por convergir para soluções fisicamente aceitáveis.

Considera-se que, de uma forma global, os objectivos apresentados no capítulo 1 foram cumpridos.

6.2 Perspectivas para aplicações e desenvolvimentos futuros

Devido às grandes potencialidades que a aplicação de retroanálise tem no cálculo de parâmetros geotécnicos, propõem-se alguns desenvolvimentos que se poderiam realizar ao programa criado e aplicações futuras.

Para casos com comportamento elástico, em que se recorre a métodos de minimização que necessitam utilizar a informação do gradiente da função objectivo, aplicar o método da diferenciação directa, exposto em [22] e [8]. Esta metodologia, comparativamente ao recurso a diferenças finitas centradas, permite o cálculo de um valor de gradiente mais preciso, sendo necessário apenas um cálculo adicional por cada parâmetro a estudar.

De forma a avaliar as verdadeiras capacidades do programa desenvolvido, propõe-se à resolução de um problema de identificação de parâmetros através do recurso a dados de observação obtidos da instrumentação de uma obra. Para tal deve ser implementado, no programa de retroanálise, uma função objectivo que permita avaliar a distribuição dos erros associados à observação.

Quando se recorre à metodologia de convergência-confinamento em maciços rochosos é usual utilizar o critério de rotura de Hoek-Brown ([35] e [5]). Seria interessante realizar a modelação do problema apresentado no capítulo 5 com este critério de rotura.

Propõe-se também a resolução de um problema de identificação de parâmetros em que o código do modelo matemático é definido com recurso ao programa *MATLAB R2010a*, tornando o processo de cálculo do programa de retroanálise mais rápido, dado que é a utilização de software exterior ao *MATLAB R2010a* que torna o cálculo mais pesado.

Por último, propõe-se a utilização do programa para casos geotécnicos fora do âmbito das escavações subterrâneas, como por exemplo, taludes e fundações de barragens de aterro, identificando parâmetros mecânicos e hidráulicos.

Bibliografia

- [1] Tunren-terrasol. C.Notice technique: Convergence-confinement, Guide de l'utilisateur de TUNREN, 2003.
- [2] Itasca consulting group,inc. Fast Lagrangian Analysis of Continua, User's guide, Minneapolis, Minnesota 55401 USA, 2006.
- [3] The mathworks, inc. MATLAB R2010a, The language of technical computing, Natick, Massachusetts, 2010.
- [4] ANTIGA, A. and COPPOLA, P. The influence of in situ stress state on tunnel design. *World Tunnel Congress 2008 - Underground Facilities for Better Environment and Safety - India*, 2008.
- [5] BRADY, B. and BROWN, E. *Rock mechanics for underground mining*. Kluwer Academic Publishers, third edition, 2004.
- [6] CARDOSO, J. and COELHO, P. *Métodos Computacionais em Engenharia Mecânica - Apontamentos*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [7] CARRANZA-TORRES, C. and LABUZ, J. *Class notes on underground excavations in rock*. Department of Civil Engineering, University of Minnesota, USA, 2006.
- [8] CASTRO, A. *Métodos de retroanálise na interpretação do comportamento de barragens de betão*. Ph.D. thesis, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 1998.
- [9] CHENG-XIANG, Y., YONG, W., and TUNG, H. A no-tension elastic-plastic model and optimized back-analysis technique for modeling nonlinear mechanical behavior of rock mass in tunneling. *Journal of Tunneling and Underground Space Technology*, vol. 25:pp 279–289, 2010.
- [10] COLEMAN, T. and LI, Y. On the convergence of reflective newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds. *Tech. Rep. TR 92-1314, Department of computer science, Cornell University*, 1992.
- [11] COLEMAN, T. and LI, Y. An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *Tech. Rep. TR 92-1314, Department of computer science, Cornell University*, 1993.
- [12] CORREIA, A. *Métodos de pesquisa directa: optimização não linear*. Ph.D. thesis, Escola de Ciências e Tecnologia da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2010.
- [13] DINIS, J. *Assessment of rock mass parameters based on the monitoring data from the Koralm investigation tunnels*. Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, September 2009.
- [14] FAKHIMI, A., SALEHI, D., and MOJTABAI, N. Numerical back analysis for estimation of soil parameters in the resalat tunnel project. *Journal of Tunneling and Underground Space Technology*, vol. 19:pp 57–67, 2004.

- [15] GELETU, A. Solving optimization problems using the matlab optimization toolbox - a tutorial. *TU-Ilmenau, Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften*, 2007.
- [16] GIODA, G. and SAKURAI, S. Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 11:pp 555–583, 1987.
- [17] HUDSON, J. and HARRISON, J. *Engineering rock mechanics: An introduction to the principles*. Imperial College of Sciences Technology and Medicine, University of London, London, 1997.
- [18] HUDSON, J. and HARRISON, J. *Engineering rock mechanics: Illustrative worked examples*. Imperial College of Sciences Technology and Medicine, University of London, London, 1997.
- [19] KAISER, P., DIEDERICHS, M., MARTIN, C., SHARP, J., and STEINER, W. Underground works in hard rock tunneling and mining. 15:pp 187–213, 2000.
- [20] KARAKUSM, M. and FOWELL, R. Back analysis for tunnelling induced ground movements and stress redistribution. *Journal of Tunneling and Underground Space Technology*, vol. 20:pp 514–524, 2005.
- [21] LAGARIAS, J., REEDS, J., WRIGHT, M., and WRIGHT, P. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol 19:pp 112–147, 1998.
- [22] LEDESMA, A., GENS, A., and ALONSO, E. Estimation of parameters in geotechnical backanalysis - I. maximum likelihood approach. *Journal of Computers and Geotechnics*, vol. 18:pp 1–27, 1996.
- [23] LEDESMA, A., GENS, A., and ALONSO, E. Estimation of parameters in geotechnical backanalysis - II. application to a tunnel excavation problem. *Journal of Computers and Geotechnics*, vol. 18:pp 29–46, 1996.
- [24] LEDESMA, A., GENS, A., and ALONSO, E. Parameter and variance estimation in geotechnical backanalysis using prior information. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 20:pp 119–141, 1996.
- [25] LI, C., WENG, R., and KEERTHI, S. Trust region newton method for large-scale logistic regression. *Journal of Machine Learning Research*, 9:pp 627–650, 2008.
- [26] MELO, P. *Métodos construtivos de túneis em solos - Apontamentos da disciplina de Túneis e Obras Subterrâneas*. Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2003.
- [27] MELO, P. *Métodos simplificados de dimensionamento de túneis em solos - Apontamentos da disciplina de Túneis e Obras Subterrâneas*. Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2003.
- [28] MIRANDA, T. *Geomechanical parameters evaluation in underground structures. Artificial intelligence, Bayesian probabilities and inverse methods*. Ph.D. thesis, Universidade do Minho, Escola de Engenharia, 2007.
- [29] MOREIRA, C. *Estimativa por retroanálise de parâmetros geotécnicos de maciços envolventes de túneis superficiais*. Ph.D. thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 2003.
- [30] POULOS, H. and DAVIS, E. *Elastic solutions for soil and rock mechanics*. Centre for Geotechnical Research, The University of Sydney, Sydney, 2006.

- [31] ROCHA, M. *Estruturas subterrâneas: túneis, cavernas, poços*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1976.
- [32] ROCHA, M. *Mecânica das rochas*. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1981.
- [33] SERRA, J. *Apontamentos da disciplina de Obras Subterrâneas*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2012.
- [34] TERZAGHI, K., PECK, R., and MESRI, G. *Soil mechanics in engineering practice (3ª edição)*. Wiley-Interscienc, New York, 1967.
- [35] TORRES, C. and FAIRHURST, C. Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the hoek-brown failure criterion. *Tunneling and Underground Space Technology*, 15:pp 187–213, 2000.
- [36] VARDAKOS, S. *Back-analysis methods for optimal tunnel design*. Ph.D. thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2007.
- [37] VARDAKOS, S., GUTIERREZ, M., and BARTON, N. Back-analysis of shimzu tunnel no.3 by distinct element modeling. *Tunneling and Underground Space Technology*, 22:pp 401–413, 2006.